

2 SEM TDC GEMT (CBCS) 2 (A/B)

2 0 2 5

(May)

MATHEMATICS

(Generic Elective)

Paper : GE-2

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Paper : GE-2 (A)

(Differential Equations)

1. (a) অৱকল সমীকৰণ $\frac{d^3y}{dx^3} = (x+y)^2$ ৰ ক্ৰম লিখা। 1

Write the order of the differential
equation $\frac{d^3y}{dx^3} = (x+y)^2$.

- (b) $M dx + N dy = 0$ যথাযথ হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition such that
 $M dx + N dy = 0$ becomes exact.

(2)

- (c) সমীকৰণ $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$ ব অনুকলন
উৎপাদক নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the integrating factor for the
equation $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$.

- (d) সমাধান কৰা (যি কোনো তিনিটা) : 4×3=12

Solve (any three) :

(i) $x \frac{dy}{dx} + 2y = \frac{dy}{dx} + 2$

(ii) $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y}{1+x}$

(iii) $\frac{dy}{dx} = (4x+y+1)^2$

(iv) $\frac{dy}{dx} = \frac{x-y+3}{2(x-y)+5}$

2. (a) যদি এটা অৱকল সমীকৰণৰ $\cos x$ আৰু $\sin x$ দুটা
বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ সমাধান, তেন্তে ইয়াৰ সাধাৰণ সমাধান
লিখা। 1

If $\cos x$ and $\sin x$ are linearly
independent solutions of a differential
equation, then write its general
solution.

- (b) এটা অৱকল সমীকৰণৰ দুটা সমাধান f আৰু g কেতিয়া
বৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল হয়, লিখা। 1

Write when two solutions f and g of
a differential equation are linearly
dependent.

(3)

- (c) $p^2 = \tan(px-y)$, $p = \frac{dy}{dx}$ সমীকৰণৰ সমাধান
লিখা। 1

Write the solution of the equation

$$p^2 = \tan(px-y), p = \frac{dy}{dx}$$

- (d) দেখুওৱা যে অৱকল সমীকৰণ $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ ৰ সকলো
মান $-\infty < x < \infty$ ৰ বাবে $\cos x$ এটা সমাধান। 2

Show that $\cos x$ is a solution of the
differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ for all
 $-\infty < x < \infty$.

- (e) দেখুওৱা যে সমীকৰণ $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0$ ৰ
 $-\infty < x < \infty$ অন্তৰালত e^x আৰু xe^x দুটা
বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ সমাধান। 2

Show that e^x and xe^x are linearly
independent solutions of the equation
 $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0$ on the interval
 $-\infty < x < \infty$.

- (f) সমাধান কৰা : 3

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

(4)

(g) সমাধান কৰা (যি কোনো দুটা) : $5 \times 2 = 10$

Solve (any two) :

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$

(ii) $x = y + p^2, p = \frac{dy}{dx}$

(iii) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = \sin 2x$

(iv) $\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{dy}{dx} + 4y = e^x \cos x$

3. (a) $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - 12y = 0$ সমীকৰণৰ পৰিপূৰক

ফলনটো লিখা।

1

Write the complementary function of the equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} - 12y = 0$$

(b) সমাধান কৰা (যি কোনো তিনিটা) : $5 \times 3 = 15$

Solve (any three) :

(i) $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2y = x^2 + \frac{1}{x}$

(ii) $(3x+2)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5(3x+2) \frac{dy}{dx} - 3y$

$$= x^2 + x + 1$$

P25/1194

(Continued)

(5)

(iii) $\frac{d^2y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y \cos^2 x = 0$

(iv) $\frac{d^2y}{dx^2} + n^2y = \sec nx$ (applying

variation of parameter)

(v) $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x - 3y = e^t$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + x = e^{3t}$$

4. (a) $\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^4 = 0$ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ ক্ৰম

লিখা।

1

Write the order of the partial differential equation

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^4 = 0$$

(b) সমীকৰণ $zp + x = 0$ ৰ লাগ্ৰাঞ্জৰ উপক্ৰমা সমীকৰণ লিখা।

1

Write the Lagrange auxiliary equation for $zp + x = 0$.(c) $z = a(x+y)$ ৰ পৰা ঐচ্ছিক ধ্ৰুৱক a অপসাৰণ কৰি আংশিক অৱকল সমীকৰণ গঠন কৰা।

2

Form the partial differential equation by eliminating arbitrary constant a from $z = a(x+y)$.

P25/1194

(Turn Over)

(6)

(d) সমাধান কৰা (যি কোনো তিনিটা) : $4 \times 3 = 12$

Solve (any three) :

(i) $ap + bq = z$

(ii) $zxp + yzq = xy$

(iii) $p^2 - y^2q - y^2 + x^2 = 0$

(iv) $px + qy + pq = 0$

5. (a) এক-বিমীয় তে সমীকৰণ লিখা। 1

Write the one-dimensional wave equation.

(b) সমীকৰণ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ ৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা। 1

Determine the nature of the equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

(c) সমাধান কৰা (যি কোনো দুটা) : $5 \times 2 = 10$

Solve (any two) :

(i) $2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 5 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

(ii) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

(iii) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

(7)

Paper : GE-2 (B)

(Econometrics)

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা/উত্তৰ দিয়া : $1 \times 8 = 8$

Choose the correct answer/Answer the following :

(a) θ ৰ এটা পৰিমাণক $\hat{\theta}$ 'নিৰপেক্ষ' পৰিমাণ বুলি গণ্য কৰা হয়, যদিহে

An estimator $\hat{\theta}$ is said to be unbiased estimator of θ if

(i) $E\hat{\theta} = \theta$

(ii) $E\hat{\theta} < \theta$

(iii) $E\hat{\theta} > \theta$

(iv) $E\hat{\theta} = 0$

(b) Variance Inflation Factor তলৰ কোনটো নিৰ্ণয়ৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হয় ?

Which of the following is detected by Variance Inflation Factor?

(i) বিষম-বিচালিতা / Heteroscedasticity

(ii) স্বয়ং-সহস্বন্ধা / Autocorrelation

(iii) বহু-সংবেশতা / Multicollinearity

(iv) নিৰ্ধাৰণ সমস্যা / Specification problem

- (c) প্রথম প্রকাৰ ক্ৰটিৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define type I error.
- (d) স্বয়ং-সহসম্বন্ধ সমস্যাব এটা পৰিণাম উল্লেখ কৰা।
Mention one consequence of auto-correlation.
- (e) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ এটা বৈশিষ্ট্য হ'ল
One property of normal distribution is
- (i) প্ৰসামান্য বক্ৰ এডাল অসমমিত কিন্তু ঘণ্টাকৃতিৰ বক্ৰ
normal curve is asymmetrical but bell-shaped
- (ii) প্ৰসামান্য বক্ৰ এডাল সমমিত আৰু ঘণ্টাকৃতিৰ বক্ৰ
normal curve is symmetrical and bell-shaped
- (iii) প্ৰসামান্য বক্ৰ এডাল সমমিত কিন্তু ঘণ্টাকৃতিৰ বক্ৰ নহয়
normal curve is symmetrical but not bell-shaped
- (iv) প্ৰসামান্য বক্ৰ এডাল অসমমিত আৰু লগতে ঘণ্টাকৃতিৰ বক্ৰও নহয়
normal curve is asymmetrical as well as not bell-shaped

- (f) বিষম-বিচালিতা সমস্যাব উদ্ভৱ হয়, যেতিয়া
The problem of heteroscedasticity arises when

$$(i) Eu_t^2 = \sigma^2 \quad (ii) Eu_t u_s \neq 0$$

$$(iii) Eu_t x_t \neq 0 \quad (iv) Eu_t^2 \neq \sigma^2$$

- (g) সাৰ্থকতা স্তৰ কি?
What is level of significance?
- (h) প্ৰাচলত বৈখিকতা মানে কি?
What is linearity in parameters?

2. তলৰ যি কোনো চাৰিটাৰ ওপৰত চমু টোকা লিখা : $4 \times 4 = 16$
Write short notes on any four of the following :

- (a) বহু-সংৰেখতাৰ ফলাফল
Consequences of multicollinearity
- (b) ডাৰবিন-ৱাটচন d -টেষ্ট
Durbin-Watson d -test
- (c) t -বণ্টনৰ ব্যৱহাৰ
Uses of t -distribution
- (d) পূৰ্বানুমান
Forecasting
- (e) স্বয়ং-সহসম্বন্ধ নিৰাময়ৰ উপায়
Remedies of autocorrelation

3. (a) (i) প্রতিদর্শজৰ প্রতিচয়ন বণ্টন আৰু মানক ত্ৰুটিৰ সংজ্ঞা দিয়া। 6
Define sampling distribution of a statistic and standard error.
- (ii) পৰীক্ষণৰ শক্তি মানে কি বুজা? 6
What is meant by power of a test?
অথবা /Or
- (b) (i) R^2 আৰু নিয়ন্ত্ৰিত R^2 ৰ সংজ্ঞা দিয়া। 6
Define R^2 and adjusted R^2 .
- (ii) প্ৰথম প্ৰকাৰৰ ত্ৰুটি আৰু দ্বিতীয় প্ৰকাৰৰ ত্ৰুটিৰ পাৰ্থক্য দৰ্শোৱা। 6
Show the difference between type I and type II errors.
4. (a) সংস্থাপিত বৈখিক সমাশ্ৰয়ণ আৰ্হিৰ অভিধাৰণসমূহ ব্যাখ্যা কৰা। 11
Explain the assumptions under the classical linear regression model.
অথবা /Or
- (b) নিম্নপ্ৰদত্ত তথ্যৰ পৰা বৈখিক সমাশ্ৰয়ণ সমীকৰণ Y ৰ ওপৰত X আৰু X ৰ ওপৰত Y আকলন কৰা : 11
Estimate linear regression equations of Y on X , and X on Y from the following data :
- | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|
| X | : | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| Y | : | 3 | 2 | 5 | 4 | 6 |

5. (a) প্ৰমাণ কৰা যে k -সংখ্যক চলক বৈখিক সমাশ্ৰয়ণ আৰ্হি $y = X\beta + u$ ৰ β ৰ সাধাৰণ ন্যূনতম বৰ্গ আকলক হ'ল $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$. 11
Prove that in case of k -variable linear regression model $y = X\beta + u$, the ordinary least square estimator $\hat{\beta}$ is $\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$.
অথবা /Or
- (b) মূক চলক কি? মূক চলক কেতিয়া ব্যৱহাৰ কৰা হয়? মূক চলক ফাৰ্মৰ ধাৰণাটো উদাহৰণেৰে সৈতে ব্যাখ্যা কৰা। 2+4+5=11
What is dummy variable? When do you use a dummy variable? Explain the concept of dummy variable trap with example.
6. (a) বহু-সংৰেখতা কি? বহু-সংৰেখতাৰ উৎসসমূহ কি কি? বহু-সংৰেখতা চিনাক্তকৰণৰ পদ্ধতিসমূহ আলোচনা কৰা। 2+3+6=11
What is multicollinearity? What are its sources? Discuss the methods to detect multicollinearity.
অথবা /Or
- (b) বিষম-বিচালিতা কি? বিষম-বিচালিতাৰ পৰিণামসমূহ কি কি? বিষম-বিচালিতা চিনাক্তকৰণৰ উপায়সমূহ আলোচনা কৰা। 2+3+6=11

What is heteroscedasticity? What are its consequences? Explain the methods of detecting heteroscedasticity.

7. (a) নিৰ্ধাৰণ সমস্যাব প্ৰকাৰসমূহ কি কি? ধৰি লোৱা, এটা শুদ্ধ আৰ্হি হ'ল $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + u_i$. কিন্তু, শুদ্ধ আৰ্হিটোৰ পৰিৱৰ্তে তুমি আকলন কৰা আৰ্হিটো হ'ল $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1i} + \alpha_2 x_{2i} + v_i$. ইয়াৰ পৰিণামসমূহ দৰ্শোৱা। 4+7=11

What are the different types of specification error? Suppose, a true model is $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + u_i$. But instead of the true model, you have estimated the model $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1i} + \alpha_2 x_{2i} + v_i$. Show the consequences.

অথবা /Or

- (b) আৰ্হি এটাত প্ৰাসংগিক চলকৰ পৰিহাৰকৰণ আৰু অপ্ৰাসংগিক চলকৰ সংযুক্তকৰণৰ পৰিণামসমূহ আলোচনা কৰা। বামছেৰ সমাপ্ৰয়ণ নিৰ্দিষ্টকৰণ ত্ৰুটি-পৰীক্ষা ব্যাখ্যা কৰা। 6+5=11

Explain the consequences of omission of relevant variables and inclusion of irrelevant variables in a model. Discuss Ramsey's regression specification error test.
