Total No. of Printed Pages—7

4 SEM FYUGP MTHC4A

2025

(June)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC4A

(Numerical Methods)

Full Marks : 45

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. *(a)* আপেক্ষিক ত্ৰুটিৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define relative error.

(b) সমীকৰণ এটাৰ মূল বিচাৰি উলিয়াবলৈ দ্বিবিভাজন পদ্ধতিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 4

Discuss bisection method to find a root of an equation.

অথবা / Or

নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতিৰ $\sqrt{12}$ৰ মান দশমিকৰ চাৰিটা স্থানলৈ উলিওৱা।

Find $\sqrt{12}$ to four places of decimal by Newton-Raphson method.

(c) ছেদক পদ্ধতিৰ অভিসৰণৰ হাৰ আলোচনা কৰা। 4

Discuss the rate of convergence of secant method.

অথবা / Or

চমু টোকা লিখা :

Write short notes on :

(i) নিৰপেক্ষ ক্ৰুটি

Absolute error

(ii) ট্ৰাংকেচন ক্ৰুটি

Truncation error

2. (a) ক্ৰমবৰ্ধমান মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define permutation matrix.

(b) গাউছ এলিমিনেচন পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি চিস্টেমটো সমাধান কৰা : 2

Solve the system using Gauss elimination method :

$$-x_1 + x_2 - 2x_3 = 4$$
$$x_2 - x_3 = 1$$
$$-x_2 + 2x_3 = 0$$

(c) গাউছ-জৰ্ডান পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰা : 6

Apply Gauss-Jordan method to solve

$$3x + y + 2z = 3$$
$$2x - 3y - z = -3$$
$$x + 2y + z = 4$$

অথবা / Or

গাউছ-ছেইডেল পদ্ধতিৰ অভিসৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা।

Discuss the convergence of Gauss-Seidel method.

3. (a) প্ৰতিটোৰ এটা উদাহৰণেৰে ইন্টাৰপলেচন আৰু এক্সট্ৰাপলেচনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define interpolation and extrapolation with an example of each.

(b) প্ৰমাণ কৰা

Prove that

$$\Delta(f_i^2) = (f_i + f_{i+1})\Delta f_i$$ 2

(c) লেগ্ৰেঞ্জৰ ইন্টাৰপলেচন সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি, 2 বা তাতকৈ কম ডিগ্ৰীৰ অনন্য বহুপদ $P(x)$ এনেদৰে উলিওৱা যাতে

Using Lagrange interpolation formula, find the unique polynomial $P(x)$ of degree 2 or less such that

$$P(1) = 1,\ P(3) = 27,\ P(4) = 64$$ 5

অথবা / Or

নিউটন-গ্ৰেগৰী ফৰৱাৰ্ড ইন্টাৰপলেচন পদ্ধতিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা।

Discuss Newton-Gregory forward interpolation method.

4. (a) সংখ্যাগত সংহতিৰ দ্বিঘাত নিয়মৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define quadrature rule of the numerical integraion.

(b) পাঁচটা স্থানাংকৰ সৈতে ট্ৰেপেজয়ডাল নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰি $\int_{-2}^{2} \frac{x}{5+2x} dx$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Evaluate $\int_{-2}^{2} \frac{x}{5+2x} dx$ using trapezoidal rule with five ordinates.

অথবা / Or

সংখ্যাগত সংহতিৰ চিম্পছনৰ 3/8th নিয়মটো উলিওৱা।

Derive Simpson's 3/8th rule of numerical integration.

(c) সংমিশ্ৰিত চিম্পছনৰ $\frac{1}{3}$rd নিয়ম ব্যৱহাৰ কৰি $\int_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Evaluate $\int_{0}^{1} \frac{dx}{1+x^2}$ by using composite Simpson's $\frac{1}{3}$rd rule.

অথবা / Or

সংখ্যাগত সংহতিত Boole's নিয়মৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা।

Discuss Boole's rule in numerical integration.

5. (a) অইলাৰৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $h = 0{\cdot}2$ লৈ আৰম্ভিক মানৰ সমস্যাটো $y' = x^2 + y^2$, $y(0) = 1$ৰ বাবে $y(0{\cdot}4)$ৰ সান্নিধ্য মান উলিওৱা। 3

Find an approximation to $y(0{\cdot}4)$ for the initial value problem

$$y' = x^2 + y^2, \; y(0) = 1$$

using Euler method with $h = 0{\cdot}2$.

(b) দিয়া আছে $y' = x + \sin y$, $y(0) = 1$, দেখুওৱা যে $h = 0{\cdot}2$ স্তৰৰ সৈতে অইলাৰৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰাটো যথেষ্ট, য'ত $y(0{\cdot}2)$ গণনা কৰোতে 0·05 তকৈ কম ভুল হয়। 6

Given the equation $y' = x + \sin y$ with $y(0) = 1$, show that it is sufficient to use Euler's method with the step $h = 0{\cdot}2$ to compute $y(0{\cdot}2)$ with an error less than 0·05.

অথবা / Or

দিয়া আছে

$$\frac{dy}{dx} = y - x, \; y(0) = 2$$

Runge-Kutta পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $y(0{\cdot}1)$ আৰু $y(0{\cdot}2)$ৰ মান তিনিটা দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধকৈ উলিওৱা।

Given $\frac{dy}{dx} = y - x$, $y(0) = 2$, find $y(0{\cdot}1)$ and $y(0{\cdot}2)$ correct to three decimal places using Runge-Kutta method.

★★★

Total No. of Printed Pages—8

4 SEM FYUGP MTHC4C

2025

(June)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC4C

(Ring Theory and Linear Algebra I)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. *(a)* ৰিং এটাত এককৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define unity in a ring.

(b) এটা ৰিঙৰ উপসংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া যি যোগৰ সাপেক্ষে এটা উপগোট কিন্তু উপৰিং নহয়। 2

Give an example of a subset of a ring that is a subgroup under addition but not a subring.

(c) এটা সসীম অখণ্ড ড'মেইন এটা ক্ষেত্ৰ বুলি প্ৰমাণ কৰা। 3

Prove that a finite integral domain is a field.

(d) এটা ৰিঙৰ বৈশিষ্ট্য সংজ্ঞায়িত কৰা। ধৰা হওক R একক 1 থকা এটা আঙঠি। প্ৰমাণ কৰা যে যদি 1ৰ যোগৰ অধীনত অসীম ক্ৰম থাকে, তেন্তে Rৰ বৈশিষ্ট্য 0 আৰু যদি 1ৰ যোগৰ অধীনত n ক্ৰম থাকে, তেন্তে Rৰ বৈশিষ্ট্য n. 2+3=5

Define characteristic of a ring. Let R be a ring with unity 1. Prove that if 1 has infinite order under addition, then the characteristic of R is 0 and if 1 has order n under addition, then the characteristic of R is n.

নাইবা / Or

Prime Ideal আৰু Maximal Idealৰ সংজ্ঞা দিয়া। Rক একক থকা এটা কমিউটেটিভ ৰিং বুলি ধৰা হওক আৰু Aক Rৰ ideal. প্ৰমাণ কৰা যে R/A এটা integral domain যদি আৰু কেৱল যদি A মৌলিক হয়। 5

Define Prime Ideal and Maximal Ideal. Let R be a commutative ring with unity and let A be an ideal of R. Then prove that R/A is an integral domain if and only if A is prime.

2. (a) ''ধৰা হওক R বৈশিষ্ট্য 2ৰ এটা বিনিময় ৰিং। তেতিয়া $a \to a^2$ মেপিং Rৰ পৰা R লৈ আঙঠি সমৰূপতা নহয়।'' সত্য নে অসত্য লিখা। 1

"Let R be a commutative ring of characteristic 2. Then the mapping $a \to a^2$ is not a ring homomorphism from R to R." State True or False.

(b) ধৰা হওক R এটা একক 1 থকা এটা আঙঠি। $n \to n.1$ দ্বাৰা দিয়া মেপিং $f : Z \to R$ এটা ৰিঙৰ সমৰূপতা বুলি প্ৰমাণ কৰা। 3

Let R be a ring with unity 1. Prove that the mapping $f : Z \to R$ given by $n \to n.1$ is a ring homomorphism.

(c) $Z \oplus Z$ৰ পৰা Z লৈ সকলোবোৰ ৰিঙৰ সমৰূপতা উলিওৱা। 3

Determine all ring homomorphisms from $Z \oplus Z$ to Z.

(d) ধৰা হওক D এটা অবিচ্ছেদ্য ড'মেইন। প্ৰমাণ কৰা যে এটা ক্ষেত্ৰ F আছে য'ত Dৰ সমৰূপী এটা উপৰিং থাকে। 4

Let D be an integral domain. Then prove that there exists a field F that contains a subring isomorphic to D.

নাইবা / Or

Rক একক থকা এটা ৰিং আৰু ϕক Rৰ Sৰ ওপৰত এটা ৰিঙৰ সমৰূপতা বুলি ধৰা হওক য'ত Sৰ এটাতকৈ অধিক মৌল আছে। Sৰ এটা একক আছে বুলি প্ৰমাণ কৰা।

Let R be a ring with unity and let ϕ be a ring homomorphism from R onto S where S has more than one element. Prove that S has a unity.

(e) যদি R একক থকা ৰিং আৰু Rৰ বৈশিষ্ট্য $n>0$ হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে R ত Z_nৰ সমৰূপী এটা উপৰিং থাকে আৰু যদি Rৰ বৈশিষ্ট্য 0 হয়, তেন্তে Rত Zৰ সমৰূপী এটা উপৰিং থাকে। 4

If R is a ring with unity and the characteristic of R is $n>0$, then prove that R contains a subring isomorphic to Z_n and if the characteristic of R is 0, then R contains a subring isomorphic to Z.

(f) যদি F বৈশিষ্ট্য pৰ এটা ক্ষেত্ৰ হয়, তেন্তে Fত এটা Z_pৰ সমৰূপী উপক্ষেত্ৰ থাকে। যদি F, 0 বৈশিষ্ট্যৰ এটা ক্ষেত্ৰ হয়, তেন্তে Fত পৰিমেয় সংখ্যাৰ সমৰূপী এটা উপক্ষেত্ৰ থাকে। 4

If F is a field of characteristic p, then F contains a subfield isomorphic to Z_p. If F is a field of characteristic 0, then show that F contains a subfield isomorphic to the rational numbers.

নাইবা / Or

ধৰা হওক nৰ দশমিক উপস্থাপন $a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0$. প্ৰমাণ কৰা যে n, 11ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি আৰু যদিহে $a_0 - a_1 + a_2 - \cdots (-1)^k a_k$, 11ৰে বিভাজ্য হয়।

Let n be an integer with decimal representation, $a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0$. Prove that n is divisible by 11 if and only if $a_0 - a_1 + a_2 - \cdots (-1)^k a_k$ is divisible by 11.

3. (a) যদি S এটা ৰৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল ভেক্টৰৰ গোট, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে Sত থকা এটা ভেক্টৰ আনবোৰৰ ৰৈখিক সংমিশ্ৰণ। 3

If S is a linearly dependent set of vectors, prove that one of the vectors in S is a linear combination of the others.

(b) যদি V, 5 মাত্ৰাৰ Fৰ ওপৰত ভেক্টৰ স্থান আৰু U আৰু W, 3 মাত্ৰাৰ Vৰ উপভেক্টৰ স্থান হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $U \cap W \neq \{0\}$. 4

If V is a vector space over F of dimension 5 and U and W are subspaces of V of dimension 3, prove that $U \cap W \neq \{0\}$.

নাইবা / Or

প্ৰমাণ কৰা যে n মাত্ৰাৰ Fৰ ওপৰত এটা সসীম-মাত্ৰিক ভেক্টৰ স্থান Vৰ $(n+1)$ বা তাতকৈ অধিক ভেক্টৰ স্থানৰ প্ৰতিটো গোট ৰৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল।

Prove that each set of $(n+1)$ or more vectors of a finite-dimensional vector space V over F dimension n is linearly dependent.

(c) ভেক্টৰ স্থানৰ ভিত্তি নিৰ্ধাৰণ কৰা। যদি $\{u_1, u_2, \cdots, u_m\}$ আৰু $\{w_1, w_2, \cdots, w_n\}$ দুয়োটা F ক্ষেত্ৰৰ ওপৰত ভেক্টৰ স্থান Vৰ ভিত্তি হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $m = n$. 4

If $\{u_1, u_2, \cdots, u_m\}$ and $\{w_1, w_2, \cdots, w_n\}$ are both bases of a vector space V over a field F, then prove that $m = n$.

নাইবা / Or

যদি U এটা সসীম-মাত্রিক ভেক্টৰ স্থান Vৰ এটা সঠিক উপস্থান হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে Uৰ মাত্রা Vৰ মাত্রাতকৈ কম।

If U is a proper subspace of a finite-dimensional vector space V, show that the dimension of U is less than the dimension of V.

4. (a) Fৰ ওপৰত V আৰু W ভেক্টৰ স্থানৰ বাবে একক আৰু শূন্য ৰূপান্তৰ সংজ্ঞায়িত কৰা। 1+

Define identity and zero transformations for the vector spaces V and W over F.

(b) ভেক্টৰ স্থানৰ ৰৈখিক ৰূপান্তৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱাওক যে মেপিং $T:(a, b) \rightarrow (a+2, b+3)$ $\mathbb{R}^2$ৰ ওপৰত Vৰ ৰৈখিক ৰূপান্তৰ নহয়। 1+

Define linear transformation of a vector space. Show that the mapping $T:(a, b) \rightarrow (a+2, b+3)$ of V over $\mathbb{R}^2$ into itself is not a linear transformation.

(c) T হৈছে Vৰ পৰা Wলৈ এটা ৰৈখিক ৰূপান্তৰ। প্ৰমাণ কৰা যে Tৰ সাপেক্ষে Vৰ ছবিখন Wৰ এটা উপস্থান।

Let T be a linear transformation from V to W. Prove that the image of V under T is a subspace of W.

(Contin

নাইবা / Or

ধৰা হওক T এটা ভেক্টৰ স্থান Vৰ ৰৈখিক ৰূপান্তৰ। প্ৰমাণ কৰা যে $\{v \in V \mid T(v) = 0\}$, Tৰ কাৰ্নেল, Vৰ এটা উপস্থান।

Let T be a linear transformation of a vector space V. Prove that $\{v \in V \mid T(v) = 0\}$, the Kernel of T, is a subspace of V.

(d) ধৰা হওক V আৰু W ভেক্টৰ স্থান, আৰু $T: V \rightarrow W$ ৰৈখিক। যদি V সসীম-মাত্রিক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে, 4

$$\text{nullity}(T) + \text{rank}(T) = \dim(V)$$

Let V and W be vector spaces, and let $T: V \rightarrow W$ be linear. If V is finite-dimensional then prove that

$$\text{nullity}(T) + \text{rank}(T) = \dim(V)$$

নাইবা / Or

ধৰা হওক V আৰু W ভেক্টৰ স্থান আৰু $T: V \rightarrow W$ ৰৈখিক। প্ৰমাণ কৰা যে T এক-এক যদি আৰু যদিহে Tএ Vৰ ৰৈখিকভাৱে স্বাধীন উপগোটসমূহ Wৰ ৰৈখিকভাৱে স্বাধীন উপগোটসমূহৰ ওপৰত থাকে।

Let V and W be vector spaces and $T: V \rightarrow W$ be linear. Prove that T is one-one if and only if T carries linearly independent subsets of V onto linearly independent subsets of W.

(Turn Over)

(e) ধৰা হওক β আৰু γ ক্ৰমে $\mathbb{R}^2$ আৰু $\mathbb{R}^3$ৰ বাবে প্ৰামাণিক ক্ৰমবদ্ধ ভিত্তি। তেন্তে $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ যাতে

$$T(a_1, a_2) = (2a_1 - a_2, 3a_1 + 4a_2, a_1)$$

দ্বাৰা সংজ্ঞায়িত বৈখিক ৰূপান্তৰ $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ৰ বাবে মেট্ৰিক্স উপস্থাপন কৰা। 5

Let β and γ be the standard ordered bases for $\mathbb{R}^2$ and $\mathbb{R}^3$ respectively, then for the linear transformation $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ defined by

$$T(a_1, a_2) = (2a_1 - a_2, 3a_1 + 4a_2, a_1)$$

compute the matrix representation.

নাইবা / Or

ধৰা হওক V আৰু W এটা F ক্ষেত্ৰৰ ওপৰত ভেক্টৰ স্থান, আৰু $T, U: V \to W$ বৈখিক। প্ৰমাণ কৰা যে

Let V and W be vector spaces over a field F, and let $T, U: V \to W$ be linear. Prove that

(i) সকলো $a \in F, aT + U$ৰ বাবে বৈখিক;

for all $a \in F, aT + U$ is linear;

(ii) Vৰ পৰা Wলৈ সকলো বৈখিক ৰূপান্তৰৰ সংগ্ৰহ Fৰ ওপৰত এটা ভেক্টৰ স্থান।

the collection of all linear transformations from V to W is a vector space over F.

★★★

Total No. of Printed Pages—7

4 SEM FYUGP MTHC4D

2 0 2 5

(June)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC4D

(PDE and System of ODE)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. *(a)* $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial z}{\partial y}=0$ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ ঘাত লিখা। 1

Write the degree of the PDE $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial z}{\partial y}=0$.

(b) $y^2 p - xyq = x(z-2y)$ সমীকৰণটোৰ লাগ্ৰাঞ্জৰ সহায়ক সমীকৰণ লিখা। 1

Write the Lagrange's auxiliary equation for $y^2 p - xyq = x(z-2y)$.

(c) ৰৈখিক আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define linear partial differential equation.

(d) সমাধান কৰা (যি কোনো এটাৰ) : 5

Solve (any *one*) :

(i) $yzp + zxq = xy$

(ii) $z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$

2\. (a) Charpitৰ পদ্ধতিৰে $p = (z+qy)^2$ সমীকৰণটোৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান উলিওৱা। 5

Find the complete integral of the equation $p = (z+qy)^2$ by Charpit's method.

অথবা / Or

$p_3 x_3 (p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$ ৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান উলিওৱা।

Find the complete integral of $p_3 x_3 (p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$.

(b) $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = u$ সমীকৰণটোৰ কেনোনিকেল আকাৰত হ্ৰাস কৰা আৰু সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা। 6

Reduce the equation

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = u$$

to canonical form and obtain the general solution.

অথবা / Or

$\frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad u(0, y) = 4e^{-2y}$ প্ৰাৰম্ভিক সমস্যাটোৰ চলক পৃথকিকৰণ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা।

Solve the initial value problem

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \ u(0, y) = 4e^{-2y}$$

by the method of separation of variables.

3\. (a) $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$ সমীকৰণটোৰ অধিবৃত্তীয় হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when the equation $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$ is parabolic.

(b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ সমীকৰণটো শ্ৰেণীভুক্ত কৰা। 2

Classify the equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

(c) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ সমীকৰণটোক কেনোনিকেল আকাৰত হ্ৰাস কৰা। 5

Reduce the equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

to canonical form.

অথবা / Or

সমাধান কৰা (solve) :

$$p+r+s=1$$

(d) একমাত্ৰিক তৰংগ সমীকৰণ উলিওৱা। 7

Derive one-dimensional wave equation.

অথবা / Or

চলক পৃথকীকৰণ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি একমাত্ৰিক তাপ সমীকৰণ সমাধান কৰা।

Solve one-dimensional heat equation by the method of separation of variables.

4. (a) দ্বি-মাত্ৰিক তাপ সমীকৰণৰ সাধাৰণ ৰূপ লিখা। 1

Write the general form of two-dimensional wave equation.

(b) চলক পৃথকীকৰণ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰা : 6

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=0$$

Solve $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}=0$ using the method of separation of variable.

অথবা / Or

সমাধান কৰা (Solve) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=k^2\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)$$

যেতিয়া/when

$$u(0,t)=u(l,t)=0,\ u(x,0)=\sin\frac{\pi x}{l}$$

5. (a) চলক সহগ থকা সাধাৰণ অৱকল সমীকৰণৰ ৰৈখিক ব্যৱস্থাৰ উদাহৰণ লিখা। 1

Write an example of linear system of ODE with variable coefficient.

(b) $\frac{d^3x}{dt^3}+2\frac{d^2x}{dt^2}-\frac{dx}{dt}-2x=e^{3t}$ ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণটো প্ৰথম বৰ্গৰ ব্যৱস্থা অৱকল সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰিত কৰা। 3

Transform the linear differential equation

$$\frac{d^3x}{dt^3}+2\frac{d^2x}{dt^2}-\frac{dx}{dt}-2x=e^{3t}$$

into system of first-order differential equation.

অথবা / Or

$2\frac{dx}{dt}+6\frac{dy}{dt}+7y=t$ সমীকৰণক স্বাভাৱিক ৰূপত লিখা।

Write the equation $2\frac{dx}{dt}+6\frac{dy}{dt}+7y=t$ into normal form.

(c) ধৰা (Let) $L_1 \equiv 2D+1,\ L_2 \equiv D^2+1,\ f(t)=t^3$ য'ত (where) $D \equiv \frac{d}{dt}$, দেখুওৱা যে (show that) $L_1L_2f = L_2L_1f$. 4

অথবা / Or

$\frac{dx}{dt}=6x-3y,\quad \frac{dy}{dt}=2x+y$ ৰ সমাধানত জড়িত সমীকৰণটোৰ বৈশিষ্ট্যমূলক মূলবোৰ উলিওৱা।

Find the characteristic roots of the equation associated in the solution of

$$\frac{dx}{dt}=6x-3y,\quad \frac{dy}{dt}=2x+y$$

6. (a) অইলাৰৰ পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

Describe Euler's method. 5

অথবা / Or

$\frac{dy}{dx}=x+y,\quad y(0)=1$ ৰ সঠিক সমাধানটোক সংযুক্ত কৰা ফলনটোৰ প্ৰথম দুটা আনুমানিক মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find first two approximations of the function that approximate the exact solution of the equation

$$\frac{dy}{dx}=x+y,\ y(0)=1$$

(b) $\frac{dx}{dt}=5x-2y,\quad \frac{dy}{dt}=4x-y,$ সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা। 6

Find the general solution of the linear system of equations

$$\frac{dx}{dt}=5x-2y,\quad \frac{dy}{dt}=4x-y$$

অথবা / Or

অপাৰেটৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা :

Using operator method, find the general solution of the following equations :

$$\frac{dx}{dt}+\frac{dy}{dt}-x-3y=e^t$$
$$\frac{dx}{dt}+\frac{dy}{dt}+x=e^{3t}$$

★★★