

2 SEM FYUGP MINSTS2

2 0 2 5

(May/June)

STATISTICS

(Minor)

Paper : MINSTS2

(Basic Probability Theory and Distributions)

Full Marks : 50 (60 for 2023 Batch)

Time : 2 hours (3 hours for 2023 Batch)

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×6=6

Choose the correct answer :

(a) দুটা পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনাৰ ছেদনৰ সম্ভাৱিতা সদায়

The probability of the intersection of two mutually exclusive events is always

(i) অসীম

infinity

(ii) শূন্য

zero

(2)

(iii) এক

one

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(b) দুটা ঘটনা A আৰু B যাতে $B \subset A$, $P(A)$ আৰু $P(B)$ ৰ মাজৰ সম্বন্ধটো হৈছে

Two events A and B such that $B \subset A$, the relation between $P(A)$ and $P(B)$ is

(i) $P(A) \leq P(B)$

(ii) $P(A) \geq P(B)$

(iii) $P(A) = P(B)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(c) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক আৰু ইয়াৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলন $f(x)$ হয়, তেন্তে $E(X)$ ক কোৱা হয়

If X is a random variable having the probability density function $f(x)$, then $E(X)$ is called

(i) সমান্তৰ মাধ্য

arithmetic mean

(ii) গুণোত্তৰ মাধ্য

geometric mean

(3)

(iii) হৰাত্মক মাধ্য

harmonic mean

(iv) প্ৰথম চতুৰ্থাংশক

first quartile

(d) এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলন $f(x)$, তেন্তে

The probability density function of a continuous random variable X is $f(x)$, then

(i) $0 < f(x) < 1$

(ii) $f(x) > 1$

(iii) $-1 < f(x) < 1$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) বাৰ্ণলী বণ্টনৰ আঘূৰ্ণ জনক ফলন হৈছে

The m.g.f. of Bernoulli distribution is

(i) $(q + Pe^t)$

(ii) $(P + qe^t)$

(iii) $(q + Pe^t)^n$

(iv) $(q + Pe^t)^{-n}$

(4)

(f) প্রসামান্য বণ্টনৰ প্ৰাচলৰ সংখ্যা হৈছে

The number of parameters of the normal distribution is

(i) 1

(ii) 2

(iii) 3

(iv) 4

2. তলৰ যি কোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা : $4 \times 3 = 12$

Answer any three of the following :

(a) প্ৰবাসন বা গাণিতিক সম্ভাৱিতাৰ বিষয়ে ব্যাখ্যা কৰা।
লগতে ইয়াৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ লিখা।

Explain classical or mathematical definition of probability. Also state its limitations.

(b) দ্বিমাত্রিক যাদৃচ্ছিক চলক (X, Y) ৰ যুটীয়া সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন দিয়া হৈছে

The joint probability density function of two-dimensional random variable (X, Y) is given by

$$f(x, y) = 2, 0 < x < 1, 0 < y < x$$

$$= 0; \text{ otherwise}$$

(i) X আৰু Y ৰ প্ৰান্তীয় ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

find marginal density function of X and Y .

(5)

(ii) Y ৰ সপ্ৰতিবন্ধা ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা, দিয়া আছে $X = x$.

Find the conditional density function of Y given $X = x$.

(c) যদি X এটা বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে,

If X is a discrete random variable, prove that

$$E(X) = \sum_{r=1}^{\infty} P(X \geq r)$$

4

(d) প্ৰাচল n আৰু p ৰ সৈতে দ্বিপদ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া।
আঘূৰ্ণ জনক ফলনৰ পৰা এই বণ্টনৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

4

Define binomial distribution with parameters n and p . From the moment generating function, obtain mean of this distribution.

3. তলৰ যি কোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা : $6 \times 3 = 18$

Answer any three of the following :

(a) (i) যি কোনো দুটা ঘটনা A আৰু B ৰ বাবে সম্ভাৱিতাৰ গুণাত্মক তত্ত্বটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

3

State and prove the multiplication law of probability for two events A and B .

- (ii) এটা দৌৰ প্ৰতিযোগীতাত খেলুৱৈ A আৰু B ৰ জয়ী হোৱাৰ সম্ভাৱিতা যথাক্ৰমে $\frac{1}{7}$ আৰু $\frac{1}{8}$. এওঁলোক দুজনৰ কোনো এজনে প্ৰতিযোগীতাত জয়ী নহোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

3

Two players A and B have probabilities $\frac{1}{7}$ and $\frac{1}{8}$ respectively to win a race. What is the probability that neither will win?

- (b) যদি X এটা যাদুচ্ছিক চলক হয় আৰু $f(x) = C(1-x)$; $0 < x < 1$, তেন্তে তলত দিয়াসমূহৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। $2+2+2=6$

If X is a random variable and $f(x) = C(1-x)$; $0 < x < 1$, then find the values of

(i) $E(X)$

(ii) $V(X)$

(iii) $P\left(\frac{1}{3} < X < \frac{1}{2}\right)$

- (c) উদাহৰণৰ সৈতে পয়চ বৰ্ণনৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে পয়চ বৰ্ণনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ সমান। $2+4=6$

Define a Poisson variate with example. Show that the mean and variance of Poisson distribution are equal.

- (d) গুণোত্তৰ বৰ্ণনৰ সংজ্ঞা দিয়া। এই বৰ্ণনৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা। $2+4=6$

Define geometric distribution. Obtain the mean of this distribution.

4. তলৰ যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা :

$$7 \times 2 = 14$$

Answer any two of the following :

- (a) (i) পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ সমস্যা এটা সমাধান কৰিবৰ বাবে তিনিজন ছাত্ৰ A , B আৰু C ক দিয়া হৈছে আৰু তেওঁলোকে সমস্যাটো সমাধান কৰিব পৰাৰ সম্ভাৱিতাবোৰ যথাক্ৰমে $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ আৰু $\frac{1}{4}$. অন্ততঃ এজন ছাত্ৰই সমস্যাটো সমাধান কৰিব পৰাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

4

A problem in statistics is given to the three students A , B and C whose chances of solving it are $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. What is the probability that the problem will be solved by at least one of them?

- (ii) প্ৰমাণ কৰা যে, যদি A আৰু B যি কোনো দুটা ঘটনা হয়, তেনেহ'লে

If A and B are any two events, then prove that

$$P(AB) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B) \quad 3$$

- (b) যাদুচ্ছিক চলক আৰু ইয়াৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে দুটা যাদুচ্ছিক চলকৰ যোগফলৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা, চলক দুটাৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ যোগফলৰ সমান। এইটো প্ৰমাণ কৰিব পৰা যায় নে? $1+2+3+1=7$

Define a random variable and its mathematical expectation. Show that the mathematical expectation of sum of two random variables is the sum of their individual expectations. Can it be extended?

(8)

- (c) প্রসামান্য বণ্টনৰ গাণিতিক ৰূপটো লিখা আৰু তাত থকা প্ৰতীকবোৰৰ অৰ্থ ব্যাখ্যা কৰা। দ্বিপদ বণ্টনৰ আসন্ন ৰূপত এই বণ্টনটো পোৱাৰ চৰ্তবোৰ লিখা। প্রসামান্য বণ্টনৰ তিনিটা ধৰ্ম উল্লেখ কৰা। $2+2+3=7$

Find the mathematical form of the normal distribution and explain the symbols involved in it. State under what conditions binomial distribution tends to the normal distribution. Write three properties of normal distribution.

(2023 বৰ্ষৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে অতিৰিক্ত 10 নম্বৰ)

(Additional 10 marks for 2023 Batch)

5. তলৰ বণ্টনটোৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ উলিওৱা : 2

Find the mean and variance from the following distribution :

$$f\left(x; 8, \frac{1}{2}\right) = 8c_x \left(\frac{1}{2}\right)^8; x = 0, 1, 2, \dots, 8$$

6. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ দিয়া : $4 \times 2 = 8$

Answer any two from the following questions :

- (a) যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা লিখা। যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছি লোৱা এটা লিপ্ ইয়াৰত 53টা দেওবাৰ থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? $1+3=4$

Define random experiment. What is the chance that a leap year selected at random will contain 53 Sundays?

(9)

- (b) সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখা। $1+3=4$

Define probability density function and explain its properties.

- (c) গামা বণ্টনৰ যোগসূত্ৰটোৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্ৰমাণ কৰা।

State and prove additive property of gamma distribution.
