

Total No. of Printed Pages—8

2 SEM FYUGP STSC2

2 0 2 5

(May/June)

STATISTICS

(Core)

Paper : STSC2

(Probability Theory and Statistical Distributions)

Full Marks : 50 (60 for 2023 Batch)

Time : 2 hours (3 hours for 2023 Batch)

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. প্রতিটো প্রশ্নৰ তলত থকা বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি
উলিওৱা : 1×6=6

Choose the correct answer from the following
alternatives in each question :

- (a) যদি A_1 , A_2 আৰু A_3 তিনিটা পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনা
হয়, তেন্তে সিহঁতৰ মিলনৰ সম্ভাৱিতা হ'ব

If A_1 , A_2 and A_3 are three mutually
exclusive events, then the probability
of their union is equal to

(i) $P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3)$

(ii) $P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) - P(A_1 A_2 A_3)$

(2)

(iii) $P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$

(iv) $P(A_1) \cdot P(A_2) + P(A_1) \cdot P(A_3) + P(A_2) \cdot P(A_3)$

- (b) যদি
- X
- এটা যাদৃচ্ছিক চলক, আৰু
- a
- আৰু
- b
- ধ্রুবক, তেন্তে
- $V(aX + b)$
- ৰ মান হ'ব

If X is a random variable, and a and b are constants, then $V(aX + b)$ is

(i) $ab V(X)$

(ii) $a V(X)$

(iii) $a^2 V(X)$

(iv) $b V(X)$

- (c) কোনো এটা লিপইয়াবত 53টা দেওবাৰ থকাৰ সম্ভাৱিতা হ'ব

The probability of 53 Sundays in a leap year is

(i) $\frac{1}{7}$

(ii) $\frac{2}{7}$

(iii) $\frac{53}{366}$

(iv) $\frac{53}{365}$

- (d) বাৰ্ণলী বণ্টনৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন হৈছে

The moment-generating function of Bernoulli distribution is

(i) $(q + pe^t)$

(ii) $(p + qe^t)$

(iii) $(q - pe^t)$

(iv) $(p - qe^t)$

- (e) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ প্ৰাচলৰ সংখ্যা হৈছে

The number of parameters of the normal distribution is

(i) 1

(ii) 2

(iii) 3

(iv) 4

P25/1336

(Continued)

(3)

- (f) প্ৰথম শ্ৰেণী বিটা চলকৰ পৰিসৰ হৈছে

The range of the beta variate of first kind is

(i) $(0, \infty)$

(ii) $(-\infty, \infty)$

(iii) $(0, 1)$

(iv) $(-1, +1)$

2. তলৰ যি কোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা :
- $4 \times 3 = 12$

Answer any three questions of the following :

- (a) পূৰ্বাতন বা গাণিতিক সম্ভাৱিতাৰ বিষয়ে ব্যাখ্যা কৰা।
-
- লগতে ইয়াৰ সীমাবদ্ধতাসমূহ উল্লেখ কৰা।

Explain classical or mathematical definition of probability. Also state its limitations.

- (b) (i) তলত দিয়া দ্বিচৰ সম্ভাৱিতা বণ্টনটোৰ বাবে প্ৰান্তিক বণ্টন আৰু
- X
- ৰ সপ্ৰতিবন্ধক বণ্টন নিৰ্ণয় কৰা, দিয়া আছে
- $Y = 2$
- .

2

Given the following bivariate probability distribution, obtain marginal distribution of X and Y and conditional distribution of X given $Y = 2$.

Y	X		
	-1	0	1
0	1/15	2/15	1/15
1	3/15	2/15	1/15
2	2/15	1/15	2/15

P25/1336

(Turn Over)

(4)

(ii) X আৰু Y ৰ যুটীয়া বণ্টনটো হৈছে

$$f(x, y) = 4xy e^{-(x^2 + y^2)}; x \geq 0, y \geq 0$$

 X আৰু Y স্বতন্ত্ৰ হয়নে, পৰীক্ষা কৰা।

2

Joint distribution of X and Y are given by

$$f(x, y) = 4xy e^{-(x^2 + y^2)}; x \geq 0, y \geq 0$$

Test whether X and Y are independent.(c) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$E(X) = \sum_{r=1}^{\infty} P(X \geq r)$$

If X is a discrete random variable, then prove that

$$E(X) = \sum_{r=1}^{\infty} P(X \geq r)$$

(d) পৰাণ্ডগোস্তৰ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। পৰাণ্ডগোস্তৰ বণ্টনৰ সম্ভাৱিতাসমূহৰ পৌনঃপৌনিক সম্বন্ধ উলিওৱা।

Define hypergeometric distribution. Derive the recurrence relation for the probabilities of hypergeometric distribution.

3. তলৰ যি কোনো তিনিটা প্রশ্নৰ উত্তৰ লিখা :

$$6 \times 3 = 18$$

Answer any three questions of the following :

(a) (i) বেইজৰ তত্ত্বটো লিখা আৰু প্রমাণ কৰা।

3

State and prove Bayes' theorem.

P25/1336

(Continued)

(5)

(ii) দুটা পাত্ৰত তলত দিয়া ধৰণৰ ব'গা আৰু ক'লা বল আছে :

পাত্ৰ এক : 6টা ব'গা আৰু 4টা ক'লা বল

পাত্ৰ দুই : 5টা ব'গা আৰু 5টা ক'লা বল

এটা পাত্ৰ যাদৃচ্ছিক ধৰণে লৈ তাৰ পৰা এটা বল লোৱা হ'ল। এই বলটো যদি ব'গা হয়, তেন্তে ই প্রথম পাত্ৰটোৰ পৰা অহাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

3

Two urns contains white and black balls as follows :

Urn I : 6 white and 4 black balls

Urn II : 5 white and 5 black balls

One urn is chosen at random and a ball is drawn from it. If the ball is white, then what is the probability that it comes from urn I?

(b) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয় আৰু $f(x) = C(1-x)$; $0 < x < 1$, তেন্তে তলত দিয়াসমূহৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$(i) E(X) \quad (ii) V(X) \quad (iii) P\left(\frac{1}{3} < X < \frac{1}{2}\right)$$

$$2+2+2=6$$

If X is a random variable and $f(x) = C(1-x)$; $0 < x < 1$, then find the values of the following :

$$(i) E(X) \quad (ii) V(X) \quad (iii) P\left(\frac{1}{3} < X < \frac{1}{2}\right)$$

(c) উদাহৰণৰ সৈতে পঁয়চ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে পঁয়চ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্রসৰণ সমান।

$$2+2+2=6$$

P25/1336

(Turn Over)

Define Poisson variate with example. Show that the mean and variance of Poisson distribution are equal.

- (d) সূচকীয় বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। সূচকীয় বণ্টনৰ ঘূৰ্ণকজনক ফলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ উলিওৱা।

$$2+2+2=6$$

Define exponential distribution. Find the moment-generating function of exponential distribution and hence find its mean and variance.

4. তলৰ যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা : $7 \times 2 = 14$

Answer any two questions of the following :

- (a) (i) পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ সমস্যা এটা সমাধান কৰিবৰ বাবে তিনিজন ছাত্ৰ A, B আৰু C ক দিয়া হৈছে আৰু তেওঁলোকে সমস্যাটো সমাধান কৰিব পৰা সম্ভাৱিতাবোৰ যথাক্ৰমে $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ আৰু $\frac{1}{4}$. অন্ততঃ এজন ছাত্ৰই সমস্যাটো সমাধান কৰিব পৰা সম্ভাৱিতা কিমান?

4

A problem in Statistics is given to the three students A, B and C whose chances of solving it are $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ and $\frac{1}{4}$ respectively. What is the probability that the problem will be solved?

- (ii) যদি A আৰু B দুটা ঘটনা যাতে $P(A) = \frac{1}{3}$,

$$P(B) = \frac{3}{4} \text{ আৰু } P(A \cup B) = \frac{11}{12}, P(A/B)$$

আৰু $P(B/A)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

3

If A and B are two events such that $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ and

$$P(A \cup B) = \frac{11}{12}, \text{ find } P(A/B) \text{ and}$$

$$P(B/A).$$

- (b) যাদৃচ্ছিক চলক আৰু ইয়াৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ যোগফলৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা, চলক দুটাৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ যোগফলৰ সমান। এইটো প্ৰমাণিত কৰিব পৰা যায়নে?

$$1+2+3+1=7$$

Define a random variable and its mathematical expectation. Show that the mathematical expectation of sum of two random variables is the sum of their individual expectations. Can it be extended?

- (c) গামা চলকৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্ৰ গামা চলক আৰু ইহঁতৰ প্ৰাচল যথাক্ৰমে μ আৰু ν হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে চলক দুটা $U = X + Y$ আৰু $Z = \frac{X}{X+Y}$ স্বতন্ত্ৰ, আৰু U এটা $\gamma(\mu + \nu)$ চলক আৰু Z এটা $\beta_1(\mu, \nu)$ চলক।

$$2+5=7$$

Define gamma variate. If X and Y are independent gamma variates with parameters μ and ν respectively, then show that the variables $U = X + Y$ and $Z = \frac{X}{X + Y}$ are independent, and that U is a $\gamma(\mu + \nu)$ variate and Z is a $\beta_1(\mu, \nu)$ variate.

(Additional 10 marks for 2023 batch)

5. উদাহৰণৰ সৈতে যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define random experiment with examples.

6. তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ দিয়া : $4 \times 2 = 8$

Answer any *two* from the following questions :

- (a) উদাহৰণৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ ঘটনা আৰু স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define exhaustive and independent events with examples.

- (b) যদি A_1 আৰু A_2 দুটা পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনা হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$.

If A_1 and A_2 are two mutually exclusive events, then show that—

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$$

- (c) উদাহৰণৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ ঘটনা আৰু স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define discrete and continuous random variables with examples.

★★★