

Total No. of Printed Pages—16

2 SEM TDC GEST (CBCS) GE/DSC 2 (N/O)

2 0 2 5

(May)

STATISTICS

**(Generic Elective/Discipline
Specific Course)**

Paper : GE-2/DSC-2

(Introductory Probability)

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(New Course)

Full Marks : 55

Pass Marks : 22

Time : 3 hours

1. তলত দিয়া বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : $1 \times 6 = 6$

Choose the correct answer from the following
alternatives :

(a) এটা নিশ্চিত ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

The probability of a certain event is

(i) 1

(ii) 0

(iii) 0.5

(iv) অসীম /infinite

(b) মানুহৰ উচ্চতাটো হ'ল

The height of a person is

(i) এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

a continuous random variable

(ii) এটা বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

a discrete random variable

(iii) বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকও নহয় অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকও নহয়

neither discrete random variable
nor continuous random variable

(iv) এটা বিচ্ছিন্ন একেলগে এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

a discrete as well as a continuous
random variable

(c) যদি $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, তেন্তিহ'লে

If $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, then

(i) $\bar{X} \sim N(0, 2\sigma)$

(ii) $\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

(iii) $\bar{X} \sim N(\mu, 2\sigma)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(d) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক, তেন্তে $E(cX)$ হ'ব

If X is a random variable, then $E(cX)$ is

(i) $cE(X)$

(ii) $E(X)$

(iii) 0

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

য'ত c এটা ধ্রুবক।

where c is a constant.

(e) দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণৰ মাজৰ সম্পৰ্ক হ'ল

The relationship between mean and
variance of a binomial distribution is

(i) মাধ্য = প্ৰসৰণ

mean = variance

(ii) মাধ্য > প্ৰসৰণ

mean > variance

(iii) মাধ্য < প্ৰসৰণ

mean < variance

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(4)

- (f) স্মৃতিহীন বৈশিষ্ট্য থকা বণ্টনটো হৈছে
The distribution possessing the memoryless property is

(i) গামা বণ্টন

gamma distribution

(ii) গুণোত্তৰ বণ্টন

geometric distribution

(iii) অতিগুণোত্তৰ বণ্টন

hypergeometric distribution

(iv) ওপৰৰ আটাইকেইটা

All of the above

2. তলত দিয়া প্রশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা :

2×5=10

Answer the following questions :

- (a) এটা ঘটনাৰ সম্ভাৱিতাৰ পৰিসংখ্যিক সূত্রটো লিখা।
Give the statistical definition of probability of an event.

- (b) বণ্টন ফলন বুলিলে কি বুজা?
What do you understand by distribution function?

- (c) অভিসাৰিতা সম্ভাৱনাৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define convergence in probability.

(5)

- (d) দ্বিপদ বণ্টনৰ আসন্ন ৰূপ হিচাপে পয়ছ বণ্টন পোৱাৰ চৰ্তকেইটা উল্লেখ কৰা।

State the conditions under which you get the Poisson distribution as a limiting form of binomial distribution.

- (e) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা।

State the properties of normal distribution.

3. তলত দিয়া প্রশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা :

6×2=12

Answer any two from the following questions :

- (a) উদাহৰণৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ ঘটনা আৰু স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া। যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছি লোৱা এটা লিপ্ ইয়াৰত 53টা দেওবাৰ থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?
3+3=6

Define exhaustive and independent events with examples. What is the chance that a leap year selected at random will contain 53 Sundays?

- (b) স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

1+5=6

Define independent events. Prove that

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

(6)

- (c) স্বতন্ত্র ঘটনাৰ বাবে সম্ভাৰিতাৰ গুণাত্মক সূত্রটো লিখা।
দুটা মোনাত তলত দিয়া ধৰণে বল আছে :

1নং মোনা : 3টা বগা আৰু 4টা ক'লা বল

2নং মোনা : 5টা বগা আৰু 3টা ক'লা বল

যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা মোনা বাছনি কৰি এটা বল লোৱা হ'ল। যদি বাছনি কৰা বলটো বগা হয়, তেন্তে উক্ত বলটো 1নং মোনাৰ পৰা বাছনি হোৱাৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা।

State the multiplication theorem of probability for independent events. Two bags have the following proportion of balls :

Bag 1 : 3 white and 4 black balls

Bag 2 : 5 white and 3 black balls

One of the bags is selected at random and one ball is drawn. If the drawn ball is turned out to be white, then find the probability that it comes from Bag 1.

4. তলত দিয়া প্রশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা :

$$4 \times 2 = 8$$

Answer any two from the following questions :

- (a) সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখা।

$$1 + 3 = 4$$

Define probability density function and explain its properties.

P25/936

(Continued)

(7)

- (b) যদি এটা যাদৃচ্ছিক চলক X এ 1, 2, 3 মান লয়, সম্ভাৰিতা $P(X=r) = \frac{r}{6}$; $r=1, 2, 3$ ৰ সৈতে নিৰ্ণয়

কৰা (i) $E(X)$ আৰু (ii) $V(2X+3)$. 2+2=4

If a random variable X takes the values 1, 2, 3 with probability

$$P(X=r) = \frac{r}{6}; r=1, 2, 3$$

then find (i) $E(X)$ and (ii) $V(2X+3)$.

- (c) যদি $M_X(t)$ বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ আঘূৰ্ণজনক ফলক হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে X_1 আৰু X_2 দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে

$$M_{X_1+X_2}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t)$$

4

If $M_X(t)$ is the moment generating function of the discrete random variable X , then prove that for two r.v.s X_1 and X_2

$$M_{X_1+X_2}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t)$$

5. (a) যি কোনো এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে ছেবাইচেভৰ অসমতাৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্রমাণ কৰা। $2+5=7$
State and prove Chebyshev's inequality for any continuous random variable.

অথবা / Or

- (b) ডি মইভাৰ-লাপ্লাচৰ কেন্দ্ৰীয় সীমা প্রমেয়েটো লিখা।
পৰীক্ষা কৰা যে স্বতন্ত্র যাদৃচ্ছিক চলকৰ ক্রম $\{X_k\}$ যে বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নীতি মানি চলে, য'ত স্বতন্ত্র যাদৃচ্ছিক চলকৰ সম্ভাৰিতা হৈছে

$$P(X_k = \pm 2^k) = 2^{-(2k+1)}; P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$$

$$2+5=7$$

P25/936

(Turn Over)

State De Moivre-Laplace central limit theorem. Examine whether the weak law of large numbers holds for the sequence $\{X_k\}$ of independent random variables defined as follows :

$$P(X_k = \pm 2^k) = 2^{-(2k+1)}; P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$$

6. তলত দিয়া প্রশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা : $6 \times 2 = 12$
Answer any two from the following questions :

(a) দ্বিপদ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। $2+4=6$
Define binomial distribution. Obtain the mean and variance of binomial distribution.

(b) পয়ছ বণ্টনৰ ঘূৰ্ণক-জনক ফলন উলিওৱা আৰু এই বণ্টন কেনেকুৱা ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ হ'ব পাৰে, লিখা। $4+2=6$
Obtain the moment generating functions of Poisson distribution and write in which situations the distribution can be used.

(c) অবিচ্ছিন্ন সুষম বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। গামা বণ্টনৰ যোগসূত্ৰটোৰ উদ্ভিটো দিয়া আৰু প্ৰমাণ কৰা। $2+4=6$
Define continuous uniform distribution. State and prove additive property of gamma distribution.

(d) বিটা বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ঘাতাংকীয় বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। $2+4=6$
Define beta distribution. Obtain the mean and variance of exponential distribution.

(Old Course)

Full Marks : 50

Pass Marks : 20

Time : 2 hours

1. তলত দিয়া বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : $1 \times 5 = 5$

Choose the correct answer from the following alternatives :

(a) এটা নিশ্চিত ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

The probability of a certain event is

(i) 1

(ii) 0

(iii) 0.5

(iv) অসীম /infinite

(b) মানুহৰ উচ্চতাটো হ'ল

The height of a person is

(i) এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

a continuous random variable

(ii) এটা বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

a discrete random variable

(iii) বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকও নহয় অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকও নহয়

neither discrete random variable nor continuous random variable

(iv) এটা বিচ্ছিন্ন একেলগে এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক
a discrete as well as a continuous random variable

(10)

- (c) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক, তেন্তে $E(cX)$ হ'ব
If X is a random variable, then $E(cX)$ is

(i) $cE(X)$

(ii) $E(X)$

(iii) 0

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

য'ত c এটা ধ্রুবক।

where c is a constant.

- (d) বিনোম বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণৰ মাজৰ সম্পৰ্ক হ'ল
The relationship between mean and variance of a binomial distribution is

(i) মাধ্য = প্ৰসৰণ

mean = variance

(ii) মাধ্য > প্ৰসৰণ

mean > variance

(iii) মাধ্য < প্ৰসৰণ

mean < variance

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

P25/936

(Continued)

(11)

- (e) স্মৃতিহীন বৈশিষ্ট্য থকা বণ্টনটো হৈছে
The distribution possessing the memoryless property is

(i) গামা বণ্টন

gamma distribution

(ii) গুণগোস্তব বণ্টন

geometric distribution

(iii) অতিগুণগোস্তব বণ্টন

hypergeometric distribution

(iv) ওপৰৰ আটাইকেইটা

All of the above

2. তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা :

2×5=10

Answer the following questions :

- (a) এটা ঘটনাৰ সম্ভাৱিতাৰ পৰিসাংখ্যিক সূত্ৰটো লিখা।

Give the statistical definition of probability of an event.

- (b) বণ্টন ফলন বুলিলে কি বুজা?

What do you understand by distribution function?

- (c) অভিসাৰিতা সম্ভাৱনাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define convergence in probability.

P25/936

(Turn Over)

- (d) দ্বিপদ বণ্টনৰ আসন্ন ৰূপ হিচাপে প'য়ছ বণ্টন পোৱাৰ চৰ্তকেইটা উল্লেখ কৰা।

State the conditions under which you get the Poisson distribution as a limiting form of binomial distribution.

- (e) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা।
State the properties of normal distribution.

3. তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা :

$$5 \times 2 = 10$$

Answer any two from the following questions :

- (a) উদাহৰণৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ ঘটনা আৰু স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া। যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছি লোৱা এটা লিপ্ ইয়াৰত 53টা দেওবাৰ থকাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? $2+3=5$

Define exhaustive and independent events with examples. What is the chance that a leap year selected at random will contain 53 Sundays?

- (b) স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

$$1+4=5$$

Define independent events. Prove that

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

- (c) স্বতন্ত্ৰ ঘটনাৰ বাবে সম্ভাৱিতাৰ গুণাত্মক সূত্ৰটো লিখা।
দুটা মোনাত তলত দিয়া ধৰণে বল আছে :

1নং মোনা : 3টা বগা আৰু 4টা ক'লা বল

2নং মোনা : 5টা বগা আৰু 3টা ক'লা বল

যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা মোনা বাছনি কৰি এটা বল লোৱা হ'ল। যদি বাছনি কৰা বলটো বগা হয়, তেন্তে উক্ত বলটো 1নং মোনাৰ পৰা বাছনি হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা। $1+4=5$

State the multiplication theorem of probability for independent events. Two bags have the following proportion of balls :

Bag 1 : 3 white and 4 black balls

Bag 2 : 5 white and 3 black balls

One of the bags is selected at random and one ball is drawn. If the drawn ball is turned out to be white, then find the probability that it comes from Bag 1.

4. তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা :

$$4 \times 2 = 8$$

Answer any two from the following questions :

- (a) সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখা। $1+3=4$

Define probability density function and explain its properties.

- (b) যদি এটা যাদৃচ্ছিক চলক X এ 1, 2, 3 মান লয়, সম্ভাবিতা $P(X=r) = \frac{r}{6}$; $r=1, 2, 3$ বৈধে নিৰ্ণয় কৰা (i) $E(X)$ আৰু (ii) $V(2X+3)$. $2+2=4$

If a random variable X takes the values 1, 2, 3 with probability

$$P(X=r) = \frac{r}{6}; r=1, 2, 3$$

then find (i) $E(X)$ and (ii) $V(2X+3)$.

- (c) যদি $M_X(t)$ বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ আঘৰ্ণজনক ফলক হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে X_1 আৰু X_2 দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে

$$M_{X_1+X_2}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t) \quad 4$$

If $M_X(t)$ is the moment generating function of the discrete random variable X , then prove that for two r.v.s X_1 and X_2

$$M_{X_1+X_2}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t)$$

5. (a) যি কোনো এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে ছেবায়েচভ অসমতাৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্রমাণ কৰা। $2+5=7$
State and prove Chebyshev's inequality for any continuous random variable.

অথবা / Or

- (b) ডি মইভাৰ-লাপ্লাচ কেন্দ্ৰীয় সীমা প্রমেয়েটো লিখা। পৰীক্ষা কৰা যে স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ ক্ৰম $\{X_k\}$ য়ে বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নীতি মানি চলে, য'ত স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ সম্ভাবিতা হৈছে

$$P(X_k = \pm 2^k) = 2^{(-2k+1)}; P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$$

$2+5=7$

(Continued)

State De Moivre-Laplace central limit theorem. Examine whether the weak law of large numbers holds for the sequence $\{X_k\}$ of independent random variables defined as follows :

$$P(X_k = \pm 2^k) = 2^{(-2k+1)}; P(X_k = 0) = 1 - 2^{-2k}$$

6. তলত দিয়া প্রশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা : $5 \times 2 = 10$
Answer any two from the following questions :

- (a) দ্বিপদ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্রসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। $1+4=5$

Define binomial distribution. Obtain the mean and variance of binomial distribution.

- (b) পয়ছ বণ্টনৰ ঘূৰ্ণক-জনক ফলন উলিওৱা আৰু এই বণ্টন কেনেকুৱা ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ হ'ব পাৰে, লিখা। $3+2=5$

Obtain the moment generating functions of Poisson distribution and write in which situations the distribution can be used.

- (c) অবিচ্ছিন্ন সুষম বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। গামা বণ্টনৰ যোগসূত্ৰটোৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্রমাণ কৰা। $1+4=5$

Define continuous uniform distribution. State and prove additive property of gamma distribution.

(Turn Over)

- (d) বিটা বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ঘাতাংকীয় বণ্টনৰ মাধ্য আৰু
প্রসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 1+4=5

Define beta distribution. Obtain the mean
and variance of exponential distribution.

★ ★ ★