

3 SEM FYUGP STSC3A

2024

(December)

STATISTICS

(Core)

Paper : STSC3A

(Sampling Distributions)

Full Marks : 50

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. তলত দিয়া বিকল্পবোৰৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা :

1×5=5

Choose the correct answer from the following alternatives :

- (a) তলত দিয়া কোনটো শুদ্ধ ?

Which of the following is correct?

(i) $X_n \xrightarrow{P} X \not\Rightarrow X_n \xrightarrow{L} X$

(ii) $X_n \xrightarrow{L} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{P} X$

(iii) $X_n \xrightarrow{L} X \not\Rightarrow X_n \xrightarrow{P} X$

- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

- (b) প্রতিদর্শক মাধ্যম প্রামাণিক ক্রটি হৈছে
Standard error of sample mean is

(i) σ^2 / n (ii) $\sigma / \sqrt{n}$

(iii) $\bar{x} / n$ (iv) $\bar{x} / \sqrt{n}$

- (c) 9 প্রসবণ থকা প্রসামান্য সমষ্টিৰ পৰা 20 আকাৰৰ এটা
যাদুচ্ছিক প্রতিদর্শক, প্রতিদর্শক গড় $\bar{x}$, _____ প্রসবণৰ
সৈতে প্রসামান্য বন্টন হিচাপে বিতৰণ কৰা হয়।

In a random sample of size 20 from a
normal population with variance 9, the
sample mean $\bar{x}$ is distributed as a
normal distribution with variance

(i) 9/20 (ii) 81/400

(iii) 81/120 (iv) 9 / $\sqrt{20}$

- (d) দুই বা ততোধিক গুণবাচক চলকৰ মাজৰ সম্পর্কৰ
স্বতন্ত্রতাৰ পৰীক্ষাৰ বাবে ব্যৱহাৰ হোৱা প্রতিদর্শকটো
হৈছে

For testing the significance of
independence of two or more qualitative
variables, the test statistic is

(i) t -প্রতিদর্শক

t -statistic

(ii) F -প্রতিদর্শক

F -statistic

(iii) Z -প্রতিদর্শক

Z -statistic

(iv) χ^2 -প্রতিদর্শক

χ^2 -statistic

- (e) জনসংখ্যাৰ প্রসবণৰ সমতাৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা পৰীক্ষাৰ
পৰিসংখ্যা হ'ল

The test statistic used for testing the
equality of population variance is

(i) χ^2 -পৰীক্ষা

χ^2 -test

(ii) F -পৰীক্ষা

F -test

(iii) t -পৰীক্ষা

t -test

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

2. তলৰ প্রশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

2×5=10

Answer the following questions :

- (a) r -th ক্রম প্রতিদর্শক $X_{(r)}$ ক সংজ্ঞায়িত কৰা।

Define the r -th order statistic $X_{(r)}$.

- (b) বিত্ত প্রকল্প আৰু বিপৰীত প্রকল্প বুলিলে কি বুজা?
উদাহৰণসহ ব্যাখ্যা কৰা।

What do you understand by null and
alternative hypotheses? Explain with
example.

(c) প্রামাণিক ত্রুটি কি ?

What is standard error?

(d) χ^2 -চলকৰ যোগাত্মক ধৰ্মটো উল্লেখ কৰা।

State additive property of χ^2 -variate.

(e) ষ্টুডেন্টৰ t -পৰীক্ষাৰ অভিধাৰণটো উল্লেখ কৰা।

State the assumption of Student's t -test.

3. এটা-ক্রম প্রতিদর্শজৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলন নির্ণয় কৰা।

4

Obtain the p.d.f. of single-order statistics.

অথবা / Or

কেন্দ্রীয় সীমা প্রমেয়টো সংজ্ঞায়িত কৰা। এটা মুদ্রাক 200 বাৰ উৎক্ষেপ কৰা হ'ল, মুণ্ডৰ সংখ্যা 80ৰ পৰা 120ৰ ভিতৰত হোৱাৰ আনুমানিক সম্ভাৰিতা উলিওৱা।

1+3=4

Define central limit theorem (CLT). A coin is tossed 200 times. Find the approximate probability that the number of heads obtained is between 80 and 120.

4. (a) বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নিয়ম উল্লেখ আৰু প্রমাণ কৰা। 1+4=5

State and prove weak law of large numbers.

অথবা / Or

(b) ছেৰাইচেভৰ বৈষম্যটো উল্লেখ কৰা। এটা প্রতিসম পাশা 600 বাৰ নিক্ষেপ কৰা হ'ল। 80ৰ পৰা 120টা ছয় পোৱাৰ সম্ভাৰনাৰ বাবে নিম্ন সীমা বিচাৰি উলিওৱা। 1+4=5

State Chebyshev's inequality. A symmetric die is thrown 600 times. Find the lower bound for the probability of getting 80 to 120 sixes.

5. (a) প্রতিদর্শজৰ প্রতিচয়ন বন্টন বুলিলে কি বুজা? প্রসামান্য সমষ্টিৰ পৰা লোৱা প্রতিদর্শৰ বন্টনৰ মাধ্য আৰু প্রসৰণ নির্ণয় কৰা।

3+5=8

What do you understand by sampling distribution of statistic? Obtain the sampling distribution of mean and variance for a normal population.

অথবা / Or

(b) ক্রান্তিক ক্ষেত্র আৰু সাৰ্থকতা স্তৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। দুটা বৃহৎ প্রতিদর্শৰ অনুপাতৰ অন্তৰৰ সাৰ্থকতাৰ পৰীক্ষা কেনেকৈ কৰিবা?

4+4=8

Define critical region and level of significance. How do you test the significance of difference of proportions in two large samples?

6. (a) χ^2 -প্রতিদর্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্রমাণ কৰা যে স্বতন্ত্ৰ χ^2 -চলকৰ যোগফলও এটা χ^2 -চলক। দেখুওৱা যে $n \rightarrow \infty$ হলে χ^2 -বন্টন প্রসামান্য বন্টন অনুগামী হয়।

1+4+4=9

Define χ^2 -statistic. Prove that the sum of independent χ^2 -variates is also a χ^2 -variate. Show that χ^2 -distribution approaches to normal distribution when $n \rightarrow \infty$.

অথবা / Or

- (b) χ^2 -বন্টনৰ সঞ্চয়ী জনক ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা। ইয়াৰ প্রথম চাৰিটা সঞ্চয়ী নিৰ্ণয় কৰা আৰু সেয়েহে ইয়াৰ মাধ্যম আৰু প্রসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। যদি X_1 আৰু X_2 দুটা স্বতন্ত্ৰ χ^2 -চলক ক্ৰমে n_1 আৰু n_2 d.f. হয়, তেন্তে প্রমাণ

কৰা যে $\frac{X_1}{X_2} \sim \beta_2\left(\frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2}\right)$ চলক। 1+4+4=9

Obtain cumulant generating function of χ^2 -distribution. Obtain its first four cumulants and hence find its mean and variance. If X_1 and X_2 are two independent χ^2 -variates with n_1 and n_2 d.f., respectively, then prove that $\frac{X_1}{X_2} \sim \beta_2\left(\frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2}\right)$ variate.

7. (a) ষ্টুডেন্ট- t প্রতিদর্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা। ষ্টুডেন্ট t -ৰ বিভিন্ন ব্যৱহাৰ লিখা। দুটা প্রতিদর্শকৰ মাধ্যম অন্তৰৰ সার্থকতাৰ বাবে t -পৰীক্ষাৰ বিষয়ে ব্যাখ্যা কৰা। 1+1+3+4=9

Define Student- t statistic. Write its probability density function. Write down different applications of Student- t . Explain the t -test for testing the significance of the difference between two sample means.

অথবা / Or

- (b) F -প্রতিদর্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ ঘনত্ব ফলনটো লিখা। (n_1, n_2) d.f. ৰ সৈতে F বন্টনৰ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা। t আৰু F বন্টনৰ মাজৰ সম্পর্ক স্থাপন কৰা। 1+1+3+4=9

Define F -statistic. Write down its density function. Obtain the mode of F -distribution with (n_1, n_2) d.f. Establish the relationship between t and F distribution.

2 0 2 4

(December)

STATISTICS

(Core)

Paper : STSC3B

(Mathematics for Statistics)

Full Marks : 50

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. তলত দিয়া বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : 1×5=5

Choose the correct answer from the following
alternatives :

- (a) স্বাভাৱিক সংখ্যা N ৰ সংহতি হ'ল

The set of natural numbers N is

- (i) ওপৰত সীমাবদ্ধ

bounded above

- (ii) তলত সীমাবদ্ধ

bounded below

(2)

(iii) (i) আৰু (ii) দুয়োটা

Both (i) and (ii)

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(b) যদি $s_{n+1} \geq s_n$ হয়, তেন্তে $\{s_n\}$ ক্ৰমটোIf $s_{n+1} \geq s_n$, then the sequence $\{s_n\}$ is

(i) ম'ন'টনিকভাৱে বৃদ্ধি পায়

monotonically increasing

(ii) কঠোৰভাৱে বৃদ্ধি পায়

strictly increasing

(iii) ম'ন'টনিকভাৱে হ্ৰাস পায়

monotonically decreasing

(iv) দোলনশীল

oscillatory

(c) যদি $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ শৃংখলটো একত্ৰিত হয়, তেতিয়াIf the series $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ converges, then(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ (ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$ (iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -1$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(3)

(d) নিৰ্ণয়কাৰী $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & bc \\ \frac{1}{b} & 1 & ca \\ \frac{1}{c} & 1 & ab \end{vmatrix}$ ৰ মান হ'বThe value of determinant $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & bc \\ \frac{1}{b} & 1 & ca \\ \frac{1}{c} & 1 & ab \end{vmatrix}$ is

equal to

(i) abc (ii) $\frac{1}{abc}$

(iii) 0

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) যদি A হৈছে n ক্ৰমৰ এটা অ-একক মেট্ৰিক্স, তেন্তে A ৰ বেংক হ'বIf A is a non-singular matrix of order n , then the rank of A is

(i) 0

(ii) 2

(iii) $n-1$ (iv) n

2. তলৰ প্রশ্নসমূহৰ সংক্ষিপ্ত উত্তৰ দিয়া :

2×5=10

Answer the following questions in brief :

(a) কচীৰ অভিসৰণৰ সাধাৰণ নীতিৰ বিবৃতিটো লিখা।

Give the statement of Cauchy's general principle of convergence.

(b) ৰাবেৰ পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define Raabe's test.

(c) এটা তিৰ্যক সমমিতি মেট্ৰিক্সৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা।

State the properties of a skew-symmetric matrix.

(d) ভেক্টৰ স্থানৰ আধাৰৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define basis of a vector space.

(e) এটা মেট্ৰিক্সৰ বেংকৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define rank of a matrix.

3. (a) সীমাবদ্ধ আৰু সীমাহীন সংহতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে এটা অখালী সীমিত সংহতি ইয়াৰ কোনো বিন্দুৰ চুবুৰীয়া হ'ব নোৱাৰে। দেখুওৱা যে প্ৰতিটো অভিসৰণ ক্ৰম সীমাবদ্ধ।

2+5+4=11

Define bounded and unbounded sets. Show that a non-empty finite set cannot be an nbd of any of its points. Show that every convergent sequence is bounded.

অথবা / Or

(b) সীমাবদ্ধ ক্ৰমৰ নিম্নতম আৰু উচ্চতম সীমাৰ সংজ্ঞা দিয়া। কচীৰ প্ৰথম সীমা উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা। দেখুওৱা যে

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = 0$$

দেখুওৱা যে যি কোনো বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0. \quad 2+2+4+3=11$$

Define limit superior and limit inferior of a bounded sequence. State Cauchy's first theorem on limit. Show that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = 0$$

Show that for any real number x ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0.$$

4. (a) ডি অলেম্বাৰ্টৰ অনুপাত পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া। ডি অলেম্বাৰ্টৰ অনুপাত পৰীক্ষাৰ দ্বাৰা

$$\sum \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cdot x^n; x > 0 \text{ শৃংখলটো অভিসাৰী বা}$$

অপসাৰী হয় নেকী, পৰীক্ষা কৰা।

2+5=7

Define D'Alembert's ratio test. By virtue of D'Alembert's ratio test, test whether the series

$$\sum \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cdot x^n; x > 0$$

is convergent or divergent.

(6)

অথবা / Or

- (b) পৰিৱৰ্তনশীল শৃংখলৰ বাবে লেইবনিটজ পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে

$$\sum \frac{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdots 3n}{7 \cdot 10 \cdot 13 \cdots (3n+4)} x^n; x > 0$$

শ্ৰেণীটো $x \leq 1$ ৰ বাবে একত্ৰিত হয় আৰু $x > 1$ ৰ বাবে বিপথগামী হয়। $2+5=7$

Define Leibnitz test for alternating series. Show that the series

$$\sum \frac{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdots 3n}{7 \cdot 10 \cdot 13 \cdots (3n+4)} x^n; x > 0$$

converges for $x \leq 1$ and diverges for $x > 1$.

5. (a) নিৰ্ণায়কৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা। আইডেমপ'টেন্ট মেট্ৰিক্সৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে যদি A আৰু B n -শাৰীৰ অৰ্থোগনেল মেট্ৰিক্স হয়, তেন্তে AB আৰু BA ও অৰ্থোগনেল মেট্ৰিক্স হ'ব। $2+2+3=7$

State the properties of determinant. Define idempotent matrix. Show that if A and B are n -rowed orthogonal matrices, then AB and BA are also orthogonal matrices.

(7)

অথবা / Or

- (b) একক আৰু অ-একক মেট্ৰিক্সৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

এটা ক্ৰম 3ৰ নিলপোটেন্ট মেট্ৰিক্স। $3+4=7$

Define singular and non-singular matrices. Show that

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

is nilpotent matrix of order 3.

6. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ দিয়া : $5 \times 2 = 10$

Answer any two questions from the following :

- (a) প্ৰমাণ কৰা যে, যদি দুটা ভেক্টৰ বৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল হয়, তেন্তে এটা আনটোৰ স্কেলাৰ মালটিপল হ'ব।

Prove that if two vectors are linearly dependent, then one of them is a scalar multiple of the other.

- (b) ইচ্ছিন পদ্ধতিৰ দ্বাৰা তলৰ মেট্ৰিক্সৰ বেংক নিৰ্ধাৰণ কৰা :

Determine the rank of the following matrix by echelon form :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

- (c) কেইলী-হেমিল্টন উপপাদ্য উল্লেখ কৰা আৰু প্রমাণ কৰা ।

State and prove Cayley-Hamilton theorem.

- (d) দেখুওৱা যে এটা বাস্তৱ সমমিত মেট্ৰিক্সৰ বৈশিষ্ট্যপূৰ্ণ মূলসকলো বাস্তৱ ।

Show that the characteristic roots of a real symmetric matrix are all real.

★★★