

Total No. of Printed Pages—8

**3 SEM FYUGP STSC3B**

**2 0 2 5**

**( Nov/Dec )**

**STATISTICS**

**( Core )**

**Paper : STSC3B**

**( Mathematics for Statistics )**

*Full Marks : 50*

*Time : 2 hours*

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

1. তলত দিয়া বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : 1×5=5

Choose the correct answer from the following  
alternatives :

(a)  $\{s_n\} = \frac{1}{n}$  ক্ৰমটোৰ

The sequence  $\{s_n\} = \frac{1}{n}$  has

- (i) কেৱল ১টা সীমা বিন্দু  
only 1 limit point
- (ii) কোনো সীমা বিন্দু নাই  
no limit point

( 2 )

(iii) এটাতকৈ অধিক সীমা বিন্দু  
more than one limit point

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়  
None of the above

(b) যদি  $s_{n+1} \geq s_n$  হয়, তেন্তে  $\{s_n\}$  ক্রমটো হ'ব  
If  $s_{n+1} \geq s_n$ , then the sequence  $\{s_n\}$  is

(i) একমুখীভাৱে বৃদ্ধি পাইছে  
monotonically increasing

(ii) কঠোৰভাৱে বৃদ্ধি পাইছে  
strictly increasing

(iii) একমুখীভাৱে হ্রাস পাইছে  
monotonically decreasing

(iv) দোলনশীল  
oscillatory

(c) ধনাত্মক পদৰ  $\sum u_n$  শ্ৰেণীটো অভিসাৰী হ'ব যদি  
The series  $\sum u_n$  of positive terms is convergent if

(i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n + 1}{u_n} < 1$

(ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n + 1}{u_n} > 1$

(iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n + 1}{u_n} = \frac{1}{2}$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়  
None of the above

( 3 )

(d) একে ক্রমৰ দুটা তিৰ্যকতা সমমিতি মৌলকক্ষৰ যোগফল  
সদায় এটা

Sum of two skew-symmetric matrices of same order is always a/an

(i) তিৰ্যক সমমিতি মৌলকক্ষ  
skew-symmetric matrix

(ii) সমমিতি মৌলকক্ষ  
symmetric matrix

(iii) শূন্য মৌলকক্ষ  
null matrix

(iv) অভেদ/একক মৌলকক্ষ  
identity matrix

(e) বেংক  $(AA')$  সমান হ'ব  
Rank  $(AA')$  is equal to

(i) বেংক A ৰ সৈতে  
rank A

(ii) বেংক A' ৰ সৈতে  
rank A'

(iii) ১ৰ সৈতে  
1

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়  
None of the above

( 4 )

2. তলৰ প্রশ্নসমূহৰ সংক্ষিপ্ত উত্তৰ দিয়া :

2×5=10

Answer the following questions in brief :

(a) অসীম আৰু সৰ্বোচ্চ সংহতিৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define supremum and infimum of a set.

(b) বাবেৰ পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define Raabe's test.

(c) এটা সমমিতি মৌলকক্ষৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখা।

Write the properties of a symmetric matrix.

(d) ভেক্টৰ স্থানৰ আধাৰৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define basis of a vector space.

(e) এটা মৌলকক্ষৰ শাৰীৰ আৰু স্তম্ভ বেংকৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define row rank and column rank of a matrix respectively.

3. (a) এটা ক্রমৰ সীমা বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে প্রতিটো অভিসৰণৰ ক্রম সীমাবদ্ধ। দেখুওৱা যে

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = 0 \quad 2+5+4=11$$

Define limit point of a sequence. Show that every convergent sequence is bounded. Show that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = 0$$

26P/413

( Continued )

( 5 )

অথবা / Or

(b) অনাবৃত আৰু বদ্ধ সংহতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। কচীৰ অভিসৰণৰ সাধাৰণ নীতিটো উল্লেখ কৰা। একমুখী ক্রমৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right] = 1$$

4+1+1+5=11

Define open and closed sets. State the Cauchy's general principle of convergence.

Define monotonic sequence. Show that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right] = 1$$

4. (a) ধনাত্মক শৃংখল  $\sum u_n$  আৰু  $\sum v_n$  ৰ বাবে এটা তুলনামূলক পৰীক্ষা দিয়া। তলৰ শৃংখলাটোৰ অভিসৰণ পৰীক্ষা কৰা :

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{7}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

3+4=7

Give a comparison test for positive term series  $\sum u_n$  and  $\sum v_n$ . Test the convergence of the series :

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{7}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

26P/413

( Turn Over )

( 6 )

অথবা / Or

- (b) পৰিৱৰ্তনশীল শ্ৰেণীৰ অভিসৰণৰ বাবে লেইবনিজৰ পৰীক্ষাটো উল্লেখ কৰা। যদি  $x \rightarrow 0$  হোৱাৰ প্ৰৱণতা থকা  $\frac{\sin 2x - a \sin x}{x^3}$  ৰ সীমা সসীম হয়, তেন্তে  $a$  ৰ মান

আৰু সীমা নিৰ্ণয় কৰা।

$$2+5=7$$

State the Leibniz's test for the convergence of alternating series. If the limit of  $\frac{\sin 2x - a \sin x}{x^3}$  as  $x \rightarrow 0$ , is finite, find the value of  $a$  and the limit.

5. (a) নিৰ্ণায়কৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা। আইডেমপ'টেন্ট মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে মৌলকক্ষ  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  টো লম্ব হ'ব।

$$2+1+4=7$$

State the properties of determinant. Define idempotent matrix. Show that the matrix  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  is orthogonal.

অথবা / Or

- (b) একক আৰু অ-একক মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে  $A = \begin{bmatrix} -5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$  অনৈচ্ছিক।

$$3+4=7$$

26P/413

( Continued )

( 7 )

Define singular and non-singular

matrices. Show that  $A = \begin{bmatrix} -5 & -8 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$  is

involuntary.

6. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ দিয়া :  $5 \times 2 = 10$

Answer any two of the following questions :

- (a) প্ৰমাণ কৰা যে, যদি দুটা ভেক্টৰ বৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল হয়, তেন্তে এটা আনটোৰ স্কেলাৰ গুণিতক হ'ব।

Prove that if two vectors are linearly dependent, then one of them is a scalar multiple of the other.

- (b) দেখুওৱা যে বেংক  $(AA^T) = \text{বেংক}(A)$ .

Show that  $\text{rank}(AA^T) = \text{rank}(A)$ .

- (c) তলৰ মৌলকক্ষটোৰ নিহিত মূল আৰু নিহিত ভেক্টৰসমূহ নিৰ্ণয় কৰা :

$$2+3=5$$

Find the eigenvalue and eigenvector of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} a & h & g \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

26P/413

( Turn Over )

- (d) এটা মৌলকক্ষৰ দ্বিঘাত ৰূপসমূহৰ সংজ্ঞা দিয়া। দ্বিঘাত ৰূপৰ মান শ্ৰেণীসমূহ লিখা।

$$2+3=5$$

Define quadratic forms of a matrix. Write the value classes of quadratic forms.

\*\*\*