

Total No. of Printed Pages—9

2 SEM FYUGP STSC 2

2026

(May/June)

STATISTICS

(Core)

Paper : STSC-2

(Probability Theory and Statistical Distributions)

Full Marks : 50 (60 for 2023 Batch)

Time : 2 hours (2½ hours for 2023 Batch)

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions.*

1. তলৰ বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : $1 \times 6 = 6$

Choose the correct answer from the following alternatives :

- (a) দুটা পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনাৰ ছেদনৰ সম্ভাৱনা সদায়

The probability of intersection of two mutually exclusive events is always

(i) অসীম
infinity

(ii) শূন্য
zero

(iii) এক
one

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above

(2)

- (b) তিনিটা মুদ্রা একেলগে ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰিলে অতি বেছি এবাৰ মুণ্ড পোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

In tossing three coins at a time, the probability of getting at most one head is

- (i) $\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{7}{8}$
(iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{8}$

- (c) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে $E[e^{itX}]$ ক জনা যায়

If X is a random variable, then $E[e^{itX}]$ is known as

- (i) বৈশিষ্ট্যসূচক ফলন হিচাপে
characteristic function
(ii) আঘূৰ্ণজনক ফলন হিচাপে
moment generating function
(iii) সম্ভাৱিতাজনক ফলন হিচাপে
probability generating function
(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above

(Continued)

(3)

- (d) গুণগোস্তৰ বণ্টনটো এক বিশেষ ঘটনা হয়

Geometric distribution is a particular case of

- (i) দ্বিপদ বণ্টনৰ
binomial distribution
(ii) ঋণাত্মক দ্বিপদ বণ্টনৰ
negative binomial distribution
(iii) পয়চ বণ্টনৰ
Poisson distribution
(iv) পৰাগুণগোস্তৰ বণ্টনৰ
hypergeometric distribution

- (e) দুটা মানক প্ৰসামান্য চলকৰ অনুপাত এটা

The ratio of two independent standard normal variates is a/an

- (i) প্ৰসামান্য চলক
normal variate
(ii) ঘাতীয় চলক
exponential variate
(iii) ক'চি চলক
Cauchy variate
(iv) বিটা চলক
beta variate

26P/948

(Turn Over)

(4)

(f) প্রথম প্রকার বিটা চলকৰ পৰিসৰ হ'ল

The range of the beta variate of first kind is

(i) $(0, \infty)$ (ii) $(-\infty, \infty)$ (iii) $(0, 1)$ (iv) $(-1, +1)$ 2. তলৰ প্রশ্নসমূহৰ যি কোনো তিনিটা প্রশ্নৰ উত্তৰ লিখা : $4 \times 3 = 12$

Answer any three questions of the following :

(a) দুটা ঘটনা A আৰু Bৰ বাবে সম্ভাৰিতাৰ যোগ তত্ত্বটো লিখা।

State and prove the addition theorem of probability for two events A and B.

(b) এটা যাদৃচ্ছিক চলক Xৰ সম্ভাৰিতা বণ্টন তলত দিয়া ধৰণৰ :

A random variable X has the following probability distribution :

Xৰ মান Value of X	:	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	:	0	k	2k	k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

(i) k উলিওৱা।

Find k.

(ii) $P(X < 6)$ উলিওৱা।Find $P(X < 6)$.

2+2=4

26P/948

(Continued)

(5)

(c) দুটা যাদৃচ্ছিক চলক X আৰু Yৰ যুক্ত ঘনত্ব ফলনটো তলত দিয়া ধৰণৰ :

Two random variables X and Y have the following joint density function :

$$f(x, y) = 2 - x - y; 0 < x < 1, 0 \leq y \leq 1 \\ = 0, \text{ otherwise (অন্যথা)}$$

X আৰু Yৰ প্ৰান্তিক সম্ভাৰিতা বিভাজন নিৰ্ণয় কৰা।

Find the marginal probability distribution of X and Y.

(d) দ্বিপদ বণ্টনৰ আসন্ন ৰূপত পৰ্য্যচ বণ্টনটো নিৰ্ণয় কৰা।

Derive Poisson distribution as a limiting form of binomial distribution.

3. তলৰ প্রশ্নসমূহৰ যি কোনো তিনিটা প্রশ্নৰ উত্তৰ লিখা : $6 \times 3 = 18$

Answer any three questions of the following :

(a) (i) সম্ভাৰিতাৰ গুণাত্মক তত্ত্বটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

3

State and prove the theorem of compound probability.

(ii) এখন মোনাত 5টা বগা আৰু 3টা ক'লা বল আছে। দুটা বল এটাৰ পিছত এটা মোনাখনত ঘূৰাই নিদিয়াকৈ লোৱা হ'ল। যদি প্ৰথম বলটো বগা হয়, তেন্তে দ্বিতীয় বলটো ক'লা হোৱাৰ সম্ভাৰিতা কিমান?

3

26P/948

(Turn Over)

(6)

A bag contains 5 white and 3 black balls. Two balls are drawn one after the other without replacement. If the first ball drawn is white, what is the probability that the second ball is black?

- (b) যদি এটা যাদৃচ্ছিক চলক X এ সম্ভাবিতা $P(X=r) = \frac{r}{6}$, ($r=1, 2, 3$) ব সৈতে 1, 2, 3 মান লয়, তেন্তে নিৰ্ণয় কৰা (i) $E(X)$, (ii) $V(X)$ আৰু (iii) $E(2X+3)$.

$$2+2+2=6$$

If a random variable X takes the values

1, 2, 3 with probability $P(X=r) = \frac{r}{6}$,

($r=1, 2, 3$), find (i) $E(X)$, (ii) $V(X)$ and (iii) $E(2X+3)$.

- (c) গুণোত্তৰ বৰ্ণনৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ আঘূৰ্ণজনক ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা। আঘূৰ্ণজনক ফলনৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

$$1+1+2+2=6$$

Define geometric distribution and find its moment generating function. Derive the mean and variance of the geometric distribution from its moment generating function.

(7)

- (d) প্ৰথম প্ৰকাৰ বিটা বৰ্ণনৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

$$1+5=6$$

Define beta distribution of first kind and derive its mean.

4. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা : $7 \times 2 = 14$

Answer any two questions of the following :

- (a) (i) এখন কলেজত 25% ছাত্ৰই গণিতত, 15% ছাত্ৰই ৰসায়নত আৰু 10% ছাত্ৰই দুয়োটাতে উত্তীৰ্ণ হ'ব নোৱাৰিলে। এজন ছাত্ৰ যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছি লোৱা হ'ল। তেওঁ গণিতত উত্তীৰ্ণ নহোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান, যদি তেওঁ ৰসায়নত উত্তীৰ্ণ নহয়? লগতে তেওঁ গণিত বা ৰসায়নত উত্তীৰ্ণ নহোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

$$2+2=4$$

In a college, 25% of the students failed in mathematics, 15% of the students failed in chemistry and 10% failed in both. A student is selected at random. What is the probability that he failed in mathematics, given that he failed in chemistry? Also find the probability that he failed in mathematics or in chemistry.

- (ii) A আৰু B যি কোনো দুটা ঘটনাৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B) \quad 3$$

If A and B are any two events, then prove that

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$$

- (b) বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া। এটা মুদ্ৰা মুণ্ড নপোৱালৈকে নিষ্ক্ষেপ কৰি থকা হ'ল। নিষ্ক্ষেপ কৰিবলগীয়া সংখ্যাৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা উলিওৱা। $2+2+3=7$

Define mathematical expectation for discrete and continuous random variables. A coin is tossed until a head occurs. Find the mathematical expectation of the number of tosses required.

- (c) গামা চলকৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি প্ৰাচল λ ৰ সৈতে X এটা গামা চলক হয়, তেন্তে ইয়াৰ আঘূৰ্ণজনক ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা। ইয়াৰ পৰা নিৰ্ণয় কৰা যে মানক গামা চলকৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন $e^{\frac{t^2}{2}}$ লৈ প্ৰৱণতা যুক্ত হয় যেতিয়া $\lambda \rightarrow \infty$. $2+5=7$

Define gamma variate. If X is a gamma variate with parameter λ , obtain its m.g.f. Hence deduce that the m.g.f. of standard gamma variate tends to $e^{\frac{t^2}{2}}$ as $\lambda \rightarrow \infty$.

(২০২৩ বৰ্ষৰ পৰীক্ষাৰ্থীৰ বাবে অতিৰিক্ত ১০ নম্বৰ)
(Additional 10 marks for 2023 Batch)

5. সম্ভাৰিতাৰ স্বতঃসিদ্ধ সংজ্ঞা লিখা। 2
Write the axiomatic definition of probability.

6. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা : 4×2=8
Answer any two questions of the following :

- (a) যাদৃচ্ছাবে বাছি লোৱা কোনো এটা লিপ ইয়াৰত 53টা দেওবাৰ থকাৰ সম্ভাৰিতা কিমান? 4

What is the probability that a leap year selected at random will contain 53 Sundays?

- (b) কি চৰ্ত সাপেক্ষে দ্বিপদ বণ্টন প্ৰসামান্য বণ্টনলৈ প্ৰৱণতায়ুক্ত হয়? প্ৰসামান্য বণ্টনৰ দুটা গুৰুত্বপূৰ্ণ বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কৰা। 2+2=4

Under what conditions, does the binomial distribution tend to normal distribution? State two important properties of normal distribution.

- (c) পৰাশ্ৰুগোস্তৰ বণ্টনৰ সংজ্ঞা লিখা। পৰাশ্ৰুগোস্তৰ বণ্টনৰ সম্ভাৰিতাসমূহৰ পৌনঃপুনিক সম্বন্ধটো নিৰ্ণয় কৰা। $1+3=4$

Define hypergeometric distribution. Derive the recurrence relation for the probabilities of hypergeometric distribution.
