

4 SEM FYUGP MTHC4D

2026

(May/June)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC4D

(PDE and System of ODE)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions.*

1. (a) তলৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ ক্ৰম' ও ষাত লিখা : 1

Write the order and degree of the
following partial differential equation :

$$\left(x \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + y^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^{1/2} = u^2$$

- (b) কোৱাছি-বৈখিক আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সংজ্ঞা
লিখা। 1

Define quasi-linear partial differential
equation.

(2)

(c) লাগ্ৰাঞ্জৰ সমীকৰণৰ সমাধান ৰূপ লিখা। 1

Write the general form of Lagrange's equation.

(d) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 5

Solve any one :

(i) $y^2 p - xyq = x(u - 2y)$

(ii) $(x^2 - yu)p + (y^2 - xu)q = u^2 - xy$

2. (a) চাৰপিটৰ নিয়মেৰে সমাধান কৰা : 4

Solve by Charpit's method :

$$(p^2 + q^2)y = qu$$

অথবা / Or

জেকবীৰ নিয়মেৰে সমাধান কৰা :

Solve by Jacobi's method :

$$p^2 x + q^2 y = u$$

(b) সমীকৰণ $y \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = x$ ক কেননীকেল ৰূপত হ্ৰাস

কৰা আৰু ইয়াৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা। 6

Reduce the equation $y \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = x$ to

canonical form and obtain general solution.

(3)

অথবা / Or

চলক বিভাজন পদ্ধতিৰে সীমা মান সমস্যা

$$\frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} = u$$

 $u(x, 0) = 6e^{-3x}$ ৰ সৈতে সমাধান কৰা।

Solve the boundary value problem

$$\frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} = u$$

with $u(x, 0) = 6e^{-3x}$ by the method of separation of variables.3. (a) $Rr + Ss + Tt + f(x, y, u, p, q) = 0$ সমীকৰণটো উপবৃত্তাকাৰ হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when the equation

$$Rr + Ss + Tt + f(x, y, u, p, q) = 0$$

is elliptic.

(b) তলৰ সমীকৰণৰ শ্ৰেণীবিভাজন কৰা : 2+2=4

Classify the following equations :

(i) $8 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(ii) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

- (c) তলৰ সমীকৰণৰ যি কোনো এটাৰ কেনীকেল ৰূপত
হাস কৰা :

6

Reduce any one of the following
equations to canonical form :

$$(i) x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

$$(ii) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

- (d) এক-মাত্ৰিক তাপ সমীকৰণ উপস্থাপন কৰা।

4

Derive one-dimensional heat equation.

4. (a) কম্পন ষ্ট্ৰিং সমস্যাৰ এটা ধাৰণা লিখা।

1

Write one assumption on vibrating
string problem.

- (b) এক-মাত্ৰিক তৰংগৰ এটা সমীকৰণ লিখা।

1

Write one-dimensional wave equation.

- (c) চলক বিভাজন পদ্ধতিৰে দ্বি-মাত্ৰিক তাপ সমীকৰণ
সমাধান কৰা।

7

Solve the two-dimensional heat
equation by the method of separation of
variables.

অথবা / Or

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ সমীকৰণৰ সমাধান উলিওৱা, য'ত}$$

$u = p_0 \cos pt$, p_0 ধ্ৰুৱক, যেতিয়া $x = l$ আৰু
 $u = 0$, যেতিয়া $x = 0$ ।

Find the solution of $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ such

that $u = p_0 \cos pt$, where p_0 is constant,
when $x = l$ and $u = 0$, when $x = 0$.

5. (a) ধ্ৰুৱক সহগযুক্ত সাধাৰণ অৱকল সমীকৰণৰ বৈখিক
ব্যৱস্থাৰ উদাহৰণ দিয়া।

1

Write an example of a normal form linear
system with constant coefficients.

- (b) ধৰা হ'ল $L = D^2 + 2$, $f(t) = e^{2t} + t^2$, য'ত
 $D = \frac{d}{dt}$, তেন্তে $Lf(t)$ ৰ মান উলিওৱা।

3

Let $L = D^2 + 2$, $f(t) = e^{2t} + t^2$, where
 $D = \frac{d}{dt}$, find $Lf(t)$.

(6)

(c) $m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0$ বৈখিক অৱকল

সমীকৰণটো প্ৰথম বৰ্গৰ ব্যৱস্থা অৱকল সমীকৰণলৈ
ৰূপান্তৰ কৰা।

3

Transform the linear differential equation

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

into system of first-order differential equation.

(d) ক্ৰমাগত আনুমানিকীকৰণৰ পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

5

Describe the method of successive approximation.

অথবা / Or

তলৰ ব্যৱস্থাৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা :

Find the general solution of the following system :

$$\frac{dx}{dt} = x + 2y, \quad \frac{dy}{dt} = 3x + 2y$$

(e) অপাৰেটৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি, নিম্নলিখিত ব্যৱস্থা
প্ৰণালীৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা :

6

Using operator method, find the general solution of the following system :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2x - 4y = e^t, \quad \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - y = e^{4t}$$

(7)

অথবা / Or

Runge-Kutta চতুৰ্থ বৰ্গৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি
 $\frac{dy}{dx} = xy$, $y(1) = 2$ ব $x = 1.2$ ত $h = 0.1$ মান

ব্যৱহাৰ কৰি সংখ্যাগত সমাধান তিনিটা দশমিক স্থানলৈ
শুদ্ধকৈ উলিওৱা।

Using Runge-Kutta method of fourth order, find the numerical solution at $x = 1.2$ for $\frac{dy}{dx} = xy$, $y(1) = 2$ assuming the

step length $h = 0.1$ correct up to three decimal places.
